

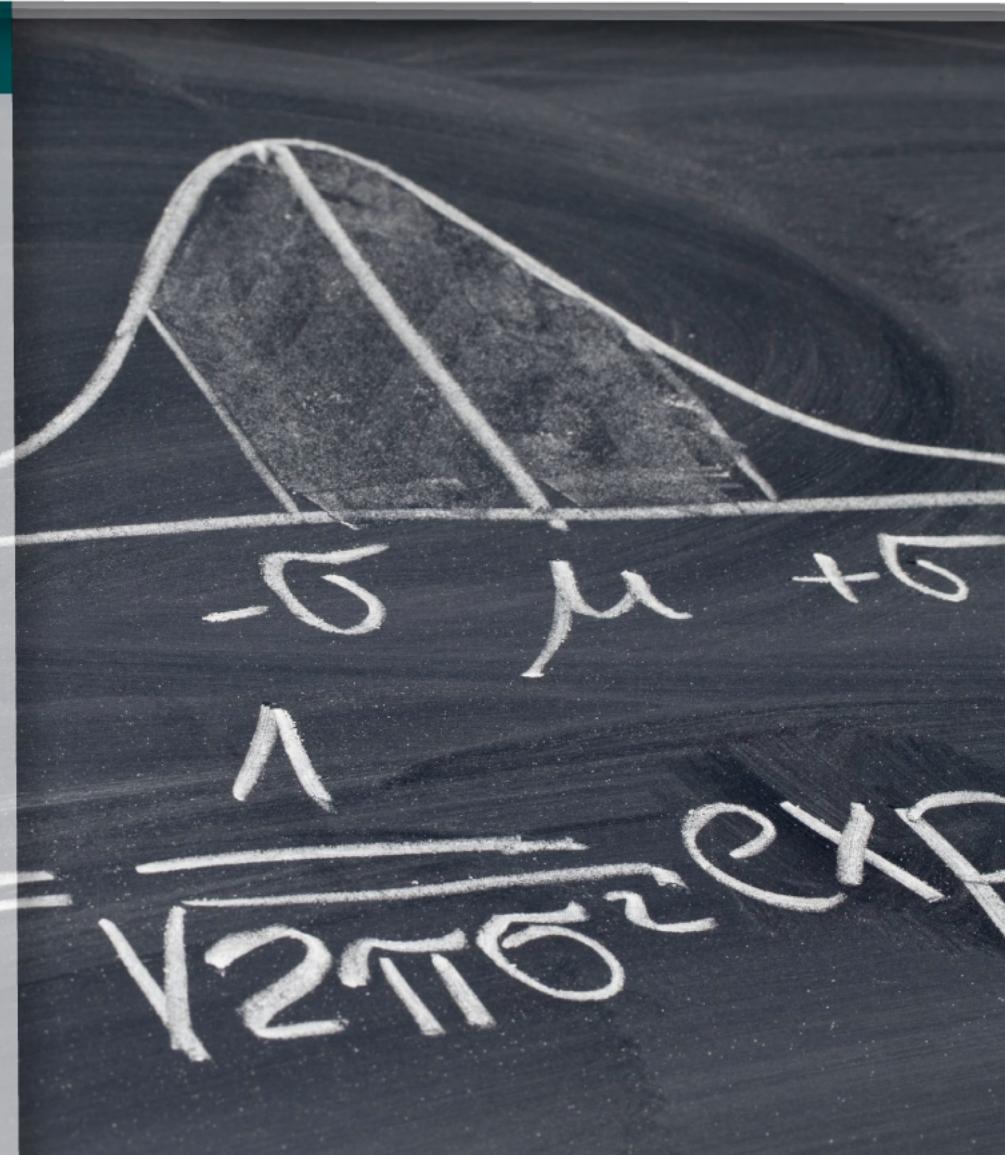
Comprende versione
ebook



Giovanni Filatrella • Paola Romano

Elaborazione statistica dei dati sperimentali con elementi di laboratorio

II Edizione



Accedi all'ebook e ai contenuti digitali

Espandi le tue risorse

un libro che **non pesa**
e si **adatta** alle dimensioni
del **tuo lettore!**

▼
COLLEGATI AL SITO
EDISESUNIVERSITA.IT

▼
ACCEDI AL
MATERIALE DIDATTICO

▼
SEGUI LE
ISTRUZIONI

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edisesuniversita.it**
e accedere alla **versione digitale** del testo e al **materiale didattico**.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie

Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.
L'accesso al materiale didattico sarà consentito per 18 mesi.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edisesuniversita.it** e segui queste semplici istruzioni

▼ Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci e-mail e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

▼ Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito o autenticati tramite facebook
- attendi l'e-mail di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edisesuniversita.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*





Ulteriori materiali e strumenti didattici sono accessibili dalla propria **area riservata** secondo la procedura indicata nel frontespizio.

Dalla sezione **materiali e servizi** della tua area riservata potrai accedere a:

- **Ebook:** versione digitale del testo in formato epub, standard dinamico che organizza il flusso di testo in base al dispositivo sul quale viene visualizzato. Fruibile mediante l'applicazione gratuita Bookshelf, consente una visualizzazione ottimale su lettori e-reader, tablet, smartphone, iphone, desktop, Android, Apple e Kindle Fire.
- **Contenuti digitali:** i fogli excel descritti in Appendice 2 e le soluzioni ai problemi.

L'accesso ai contenuti digitali sarà consentito per **18 mesi**

Giovanni Filatrella • Paola Romano

Elaborazione statistica dei dati sperimentali con elementi di laboratorio

SECONDA EDIZIONE



G. Filatrella, P. Romano

Elaborazione statistica dei dati sperimentali con elementi di laboratorio – II Edizione

Copyright © 2022, 2009, EdiSES Edizioni S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2026 2025 2024 2023 2022

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

L'Editore ha effettuato quanto in suo potere per richiedere il permesso di riproduzione del materiale di cui non è titolare del copyright e resta comunque a disposizione di tutti gli eventuali aventi diritto.

A cura di:

GIOVANNI FILATRELLA

Dipartimento di Scienze e Tecnologie, Università degli Studi del Sannio

PAOLA ROMANO

Dipartimento di Scienze e Tecnologie, Università degli Studi del Sannio

Fotocomposizione: EdiSES Edizioni S.r.l.

Stampato presso PrintSprint S.r.l. – Napoli

per conto della EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante Alighieri, 89 – Napoli

www.edisesuniversita.it

ISBN 978 88 3623 074 7

assistenza.edises.it

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e, nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi sulla piattaforma assistenza.edises.it

PREFAZIONE ALLA PRIMA EDIZIONE

Tutto ciò che si può dire lo si può dire chiaramente.
Su ciò di cui non si può parlare si deve tacere.

Ludwig Wittgenstein, 1889-1951

Questo testo si propone come un supporto per gli insegnamenti introduttivi di elaborazione statistica di dati sperimentali e nasce dall'esperienza che gli autori hanno maturato nei corsi di laurea di Scienze Biologiche e Biotecnologie dell'Università del Sannio.

Un'introduzione anche elementare all'analisi dati deve soddisfare molti obiettivi contemporaneamente. Innanzitutto, deve mettere in evidenza che i dati delle scienze sperimentali sono il risultato di misure di cui deve quindi fornire almeno le prime nozioni. In secondo luogo deve introdurre alla teoria della probabilità, insegnando a manipolare le informazioni non deterministiche quali sono appunto quelle che provengono dalle misure. Infine deve fornire degli strumenti operativi con cui elaborare i dati; non solo un elenco di metodi possibili ma anche le loro caratteristiche ed i dettagli per applicarli: insegnare a trasformare una soluzione matematica – una formula per essere brevi – in una manipolazione concreta di dati reali. Questi problemi non possono essere affrontati separatamente e non sono scanditi in una sequenza temporale, la raccolta dei dati e la loro elaborazione non possono avvenire in fasi distinte ed inconsapevoli l'una dell'altra. Fin dall'inizio, mentre si descrivono le caratteristiche generali degli strumenti di misura, si devono quindi acquisire anche concetti statistici e metodi applicativi. In base a queste esigenze, abbiamo raccolto il materiale in modo da evidenziare questi diversi aspetti, ma provando a sottolineare come siano collegati fra di loro.

L'organizzazione del testo è dunque la seguente:

- Il *Capitolo 1* illustra la problematica relativa alla misura di grandezze, partendo dalla descrizione degli strumenti di misura e delle loro principali caratteristiche. In questo capitolo vengono descritti e classificati gli errori sperimentali, insieme ai principali elementi di teoria degli errori di misura.
- Il *Capitolo 2* illustra i metodi più usati di rappresentazione di dati sperimentali, in particolar modo attraverso l'utilizzo di tecniche grafiche che costituiscono non solo un potente mezzo di visualizzazione dei dati, ma anche il primo passo della loro elaborazione statistica. Si giungerà quindi in maniera logica al concetto di probabilità e di distribuzione di probabilità.
- Il *Capitolo 3* descrive i fondamenti della statistica inferenziale, attraverso il problema generale di come stimare dei parametri ignoti a partire dai dati sperimentali. Verrà dato particolare risalto a come ricavare informazioni statisticamente sensate dai risultati che si hanno a disposizione.
- Il *Capitolo 4* affronta il problema della verifica di ipotesi statistiche, cioè stabilire dei limiti di affidabilità per le conclusioni che si possono trarre dai dati sperimentali, che è il cuore della statistica quantitativa. Questo capitolo costituisce senza dubbio la parte concettualmente più complessa del testo.

Riteniamo che vi sono altre due notevoli difficoltà nell'insegnamento della materia. La prima e di gran lunga preminente è che il bagaglio culturale pregresso può variare moltissimo da studente a studente: vi è chi affronta i corsi universitari con una buona preparazione matematica ed ha già una qualche dimestichezza con le asperità del calcolo delle probabilità, ma nella stessa classe possono trovarsi persone con un'esperienza assai più limitata, anche perché è vario l'anno di fruizione (alcuni affrontano la statistica al I anno, altri più tardi o persino nella laurea magistrale). La seconda difficoltà è la diversa durata dei corsi: alcuni corsi di studio offrono moduli introduttivi di pochi crediti in cui si devono fornire celermente gli strumenti della statistica, altri offrono corsi sostanziosi di molti crediti in cui si può indulgere in spiegazioni più articolate. Per affrontare questi due problemi abbiamo innanzitutto deciso che, pur senza sacrificare del tutto il rigore logico a vantaggio della semplicità, era necessario sfoltire molto l'approccio matematico. Verranno forniti dettagli sulle dimostrazioni solo laddove sia possibile farlo senza utilizzare una matematica troppo complicata, mentre in altri casi ci si limiterà a ragionamenti intuitivi di plausibilità.

Più in generale ci siamo posti come obiettivo prioritario di fornire un testo *flessibile*. Abbiamo per questo provato ad approfondire gradatamente i concetti proponendo vari strumenti di selezione del materiale.

Alcuni argomenti sono identificati come **Approfondimenti** ed all'interno degli stessi sono stati individuati due livelli di difficoltà, che in base alla nostra personale scala di misura vengono identificati con uno o due simboli [Q]. L'idea è che il lettore possa omettere gli Approfondimenti in prima lettura, o semplicemente tralasciarli se il corso non consente di entrare in alcuni dettagli.

Quasi tutti gli argomenti sono corredati di **Esempi** inseriti nel testo e svolti anche nella parte numerica.

Si è fatto largo uso di **Appendici** da cui attingere il materiale ausiliare per coloro che lo trovino utile senza interrompere il filo della trattazione principale.

In particolare le Appendici sono organizzate nei seguenti contenuti.

- In *Appendice 1* sono esposti i fondamenti del calcolo delle probabilità, che potrebbero già essere noti.
- In *Appendice 2* vengono illustrate le istruzioni da inserire in un foglio elettronico per il calcolo delle principali formule presenti nel testo in modo da aiutare lo svolgimento numerico dei test statistici.
- In *Appendice 3* sono proposti alcuni semplici esperimenti che potrebbero favorire la maturazione di una concreta esperienza sul campo.
- In *Appendice 4* è stato inserito uno schema per la stesura delle relazioni di laboratorio, uno strumento subordinato alla possibilità di effettuare gli esperimenti stessi.

Un testo, per quanto flessibile nelle intenzioni, non può adattarsi alle tante esigenze a cui abbiamo accennato ed alle altre che potrebbero sorgere – o comunque non ci illudiamo di aver trovato ogni volta la soluzione giusta. Rileggendolo ora nella versione definitiva ci rendiamo conto che presenta numerosi difetti e che la vera flessibilità può essere fornita solo dall'uso appropriato che di questo canovaccio sapranno fare gli studenti ed i docenti.

Desideriamo ringraziare i colleghi del Dipartimento di Scienze Biologiche ed Ambientali dell'Università del Sannio, in particolare il Prof. Vittorio Colantuoni, il Prof. Fernando Goglia ed il Prof. Pasquale Vito, che con i loro preziosi consigli ci hanno aiutato ad orientare il testo verso le scienze biomediche.

Un grazie particolare va al Dott. Albino Polcari, amico e collega, che ha condiviso con noi i problemi legati all'esposizione della statistica ad un pubblico di area biologica.

I nostri colleghi fisici del Laboratorio Regionale SUPERconducting MATerials del CNR/INFM e dell'Università di Salerno sono stati un aiuto indispensabile con il loro bagaglio di esperienza nei corsi sperimentali. In particolare, il Prof. Gianni Costabile è stato un punto di riferimento costante ed insostituibile, nostro maestro da sempre nell'affrontare nel modo migliore i problemi legati alla didattica universitaria.

Ringraziamo sentitamente il Prof. Nicola De Liso, che come economista ci ha invece fornito un punto di vista diverso da quello a cui eravamo abituati.

Un grazie particolare va agli studenti dell'Università del Sannio, che in maniera inconsapevole hanno ispirato questo testo, con la loro continua richiesta di supporto bibliografico, con le loro debolezze e curiosità e con la loro voglia di imparare.

Il più affettuoso ringraziamento va ai nostri familiari per il loro costante incoraggiamento, ma soprattutto a Monica e Lorenzo per aver sopportato le troppe ore sottratte alla vita sociale.

Infine, uno degli autori (P.R.) vuole dedicare questa "opera" al caro papà, scomparso improvvisamente senza poterne vedere la luce.

Gli Autori

PREFAZIONE ALLA SECONDA EDIZIONE

A più di dieci anni dalla prima edizione abbiamo pensato che fosse giunto il momento di aggiornare il testo, non per stravolgerne lo spirito, ma per riformulare i concetti alla luce dell'esperienza accumulata. L'edizione che proponiamo è dunque una profonda riscrittura, ma conserva l'impostazione iniziale, cioè l'idea di presentare gli argomenti gradualmente, in modo che ogni capitolo sia, per quanto possibile, autoconsistente, e di separare i concetti fondamentali da quelli più sofisticati a cui si rimanda nei numerosi *Approfondimenti* ed *Esempi* distribuiti nel testo. Una importante novità, richiesta sia dagli studenti che dai colleghi, è rappresentata dai *Problemi* che sono stati aggiunti alla fine di ogni capitolo.

Nel dettaglio, abbiamo provato a rendere più esaustivo il Capitolo 1 (che infatti risulta profondamente ampliato) in modo che possa costituire un'introduzione, breve ma esauriente, dei fondamenti dell'analisi dei dati sperimentali. Nel Capitolo così ampliato trova più spazio la descrizione degli apparecchi di misura e l'analisi statistica delle misure ripetute, mentre nel Capitolo 2 sono stati aggiunti dei dettagli sulla rappresentazione grafica dei dati. L'idea è che i Capitoli 1 e 2, assieme a qualche semplice esperienza di Laboratorio, ad esempio alcune di quelle descritte nell'Appendice 3, possano costituire un breve corso di Laboratorio di Fisica, anche omettendo le analisi relativamente più sofisticate dei Capitoli successivi. Per chi volesse approfondire l'analisi statistica, il Capitolo 3 è stato ampliato rispetto alla prima edizione, completando la parte dedicata ai metodi di regressione con la descrizione della correlazione e della covarianza, e con cenni alla regressione multipla (assente nella prima edizione). Nel Capitolo 4 è stato sviluppato in maggior dettaglio il confronto fra ipotesi, riformulato anche nel linguaggio biomedico. Il testo è stato arricchito con materiale digitale aggiuntivo, in particolare sono disponibili i fogli excel descritti nell'Appendice 2. Abbiamo profondamente modificato l'Appendice 3, che descrive gli esperimenti didattici, incrementando il numero di esperimenti proposti. Il resto del materiale supplementare è stato revisionato senza apportare aggiunte sostanziali.

Desideriamo ringraziare in particolare il professor Stefano Pagnotta per l'attenta lettura ed i preziosi consigli, la professoressa Caterina Pagliarulo per la revisione di alcuni aspetti biomedici, e tutti i colleghi e gli studenti che ci hanno indicato difetti e suggerito miglioramenti.

Ringraziamo la casa editrice per la cura e la pazienza con cui ha seguito la revisione del testo.

Benevento, Febbraio 2022

INDICE GENERALE

1 MISURA E INCERTEZZE

Premessa	1
1.1 Cos'è una grandezza fisica?	2
1.2 Strumenti di misura	4
1.3 Incertezze ed errori di misura	9
1.4 Errori negli strumenti analogici e digitali	11
1.5 Variabili statistiche	13
1.6 Errori casuali	14
1.7 Indici di posizione e dispersione	17
1.8 Cifre significative ed errore relativo	29
1.9 Propagazione degli errori massimi	31
1.10 Errore standard della media	35
1.11 Propagazione di errori massimi e statistici insieme	38
1.12 Problemi	39

2 DISTRIBUZIONE DEI DATI

Premessa	41
2.1 Statistica descrittiva	41
2.2 I metodi grafici	43
2.2.1 Gli istogrammi	44
2.2.2 Grafici di due variabili	47
2.3 Statistica e probabilità	54
2.4 Distribuzione di probabilità	57
2.5 Distribuzione di Bernoulli o binomiale	62
2.6 Distribuzione di Poisson	67
2.7 Distribuzione di Gauss	71
2.8 Teorema del limite centrale	74
2.9 Problemi	80

3 STIMA DEI PARAMETRI

Premessa	83
3.1 Stima delle proprietà di una popolazione	84
3.2 Principio del campionamento ripetuto	88
3.3 Stima puntuale dei parametri	92
3.4 Il principio di massima verosimiglianza	95

3.5	Stima dei parametri di una distribuzione	99
3.5.1	Stima dei parametri della distribuzione di Bernoulli (o binomiale)	99
3.5.2	Stima dei parametri della distribuzione di Poisson	102
3.5.3	Stima dei parametri della distribuzione di Gauss	104
3.6	Stima intervallare	107
3.7	Il metodo dei minimi quadrati	111
3.7.1	Regressione (o interpolazione) lineare	112
3.7.2	Retta che non passa per l'origine	116
3.7.3	Metodo della regressione lineare multipla	119
3.7.4	Relazioni riconducibili al caso lineare	120
3.8	Correlazione lineare	122
3.9	Problemi	127

4 VERIFICA DI IPOTESI STATISTICHE

	Premessa	131
4.1	Test parametrici	133
4.1.1	Confronto fra due misure affette da errore	133
4.1.2	Confronto tra medie: z -test e t -test	136
4.1.3	Confronto fra varianze (ANOVA)	145
4.1.4	Il test del χ^2	150
4.1.5	Test del χ^2 per distribuzione discrete	155
4.1.6	Test del χ^2 per distribuzioni continue	160
4.1.7	Test del χ^2 per la verifica della regressione (test di adattamento lineare)	162
4.2	Test non parametrici o indipendenti dalla distribuzione (distribution free)	164
4.2.1	Il test di Kolmogorov-Smirnov (K-S)	165
4.2.2	Tabelle di contingenza	168
4.3	Confronto fra ipotesi non equivalenti	170
4.3.1	Caratteristiche generali dei test di verifica delle ipotesi	171
4.3.2	Interpretazione dei test di verifica delle ipotesi in ambito biomedico	178
4.4	Problemi	182

APPENDICI

APPENDICE 1

Elementi di teoria della probabilità	189
--------------------------------------	-----

APPENDICE 2

Fogli elettronici per l'esecuzione di test statistici	195	
A2.1	Statistica descrittiva: valore medio, varianza e varianza della media	196
A2.2	Le distribuzioni discrete: Bernoulli e Poisson	197
A2.3	L'integrale della distribuzione di Gauss	198
A2.4	Distribuzione t e fogli per l'esecuzione dello z -test e del t -test	202
A2.4.1	La distribuzione t di Student	202
A2.4.2	Fogli elettronici per calcolo dello z -test e del t -test	203

A2.5	Distribuzione F e fogli per l'esecuzione del test ANOVA	206
	A2.5.1 Tavola della distribuzione F per il test ANOVA	206
	A2.5.2 Foglio elettronico per il test ANOVA	208
A2.6	Distribuzione del χ^2 e test collegati	208
	A2.6.1 Tavola del χ^2	208
	A2.6.2 Fogli elettronici per il test del χ^2	209
	A2.6.3 Applicazione del test del χ^2 alle tabelle di contingenza	214
A2.7	Test di Kolmogorov-Smirnov (K-S)	214
	A2.7.1 Tavola per il test K-S	214
	A2.7.2 Foglio elettronico per confrontare le osservazioni con una distribuzione di probabilità attesa tramite il test K-S	215
	A2.7.3 Foglio elettronico per confrontare due serie di osservazioni con il test K-S non parametrico	216
A2.8	Tavole e test per le relazioni lineari	218
	A2.8.1 Tavola del coefficiente di correlazione lineare r	218
	A2.8.2 Foglio per la determinazione dei parametri di una retta	218
A2.9	Estensione delle tavole a parametri intermedi	222
A2.10	Generatore di numeri casuali	223

APPENDICE 3

Elementi di laboratorio	225	
A3.1	Forze di attrito viscoso: propagazione degli errori	225
A3.2	Lancio di due dadi: distribuzione di dati	231
A3.3	Misura di resistenze elettriche: confronto tra valore misurato e valore ipotizzato	234
A3.4	Verifica della legge di Hooke: relazioni lineari	236
A3.5	Il pendolo semplice: relazioni linearizzabili	239
A3.6	Il circuito RC: relazioni esponenziali	243
A3.7	Propagazione degli errori massimi nel caso di molte misure	249

APPENDICE 4

Suggerimenti per redigere una relazione	255	
A4.1	L'impostazione di una relazione	255
	A4.1.1 L'obiettivo	255
	A4.1.2 Il pubblico	256
	A4.1.3 Lo stile	256
A4.2	I tipi di relazione tecnica	257
A4.3	L'organizzazione del materiale	257

TAVOLE

TAVOLA 1

Integrale gaussiano (o integrale normale degli errori)	261
--	-----

TAVOLA 2

Distribuzione t di Student	264
------------------------------	-----

TAVOLA 3

Distribuzione F di Fisher 265

TAVOLA 4

Distribuzione del χ^2 270

TAVOLA 5

Distribuzione di D (per il test di Kolmogorov-Smirnov) 271

TAVOLA 6

Distribuzione del coefficiente r di correlazione lineare 272

BIBLIOGRAFIA

273

INDICE ANALITICO

275



MATERIALE ONLINE

Fogli excel descritti nell'Appendice 2

Soluzioni ai problemi

MISURE ED INCERTEZZE

Quando puoi misurare ciò di cui stai parlando,
ed esprimere in numeri, puoi affermare di sapere qualcosa,
se però non puoi misurarla, se non puoi esprimere con numeri,
la tua conoscenza sarà povera e insoddisfacente.

William Thomson (Lord Kelvin), 1824-1907

PREMESSA

Le scienze sperimentali si propongono di fornire valutazioni quantitative dei fenomeni che studiano. Tuttavia nessun metodo di misura fornisce dei valori certi per due ragioni. Innanzitutto nessuno strumento di misura permette di valutare l'esatto valore di una grandezza, ma solo un intervallo di valori nel quale tale grandezza è racchiusa. Se si misura una temperatura con un termometro che legge gradi e non frazioni di essi, si può solo dire che essa è compresa, ad esempio, fra 13 °C e 14 °C, non determinare esattamente il suo valore. Se anche usassimo un termometro in cui si possono distinguere i decimi di grado potremmo stabilire che la temperatura è compresa fra 13.3 °C e 13.4 °C, e così via, ma non potremmo mai identificare un unico valore che corrisponda alla temperatura rilevata. In secondo luogo molti fenomeni nel loro evolversi danno come risultato delle quantità variabili, che nel gergo quotidiano siamo soliti chiamare *numeri casuali* a causa del fatto che, anche se misurabili e dunque determinabili in maniera quantitativa, non siamo in grado di attribuire loro un *unico* valore. Ad esempio se volessimo conoscere la temperatura dell'aria a mezzogiorno nella nostra città, scopriremmo ben presto che questa temperatura varia da un giorno all'altro, o da un punto all'altro della città. In questi casi si osserva dunque che la temperatura non è esprimibile con un unico valore, ma è una quantità fluttuante o un numero casuale. Queste variazioni della grandezza misurata appaiono, in qualche modo, analoghe alle fluttuazioni osservate da una persona che punti su una combinazione al lotto e conti il numero di vittorie che riesce a ottenere, ad esempio, in 20 estrazioni. Anche in questo caso il numero di vittorie, evidentemente non costante, sarà un numero casuale. Nel linguaggio scientifico una misura fluttuante viene definita una **variabile statistica, stocastica o aleatoria** (quest'ultimo appellativo proviene dal latino *alea* = *dado*, poiché lo studio dei fenomeni fluttuanti è nato proprio dall'analisi dei giochi d'azzardo). Una variabile aleatoria può dunque rappresentare il risultato numerico di una misura¹.

¹ Vi sono anche altre variabili statistiche che corrispondono a proprietà misurabili ma non descrivibili attraverso numeri, ad esempio il colore degli occhi o il tipo di patologia che colpisce un individuo. Ovviamente la natura di queste variabili aleatorie sarà molto diversa da quella delle grandezze numeriche e diversa l'analisi a cui verranno sottoposte.

Occorre dunque avere bene in mente che le incertezze dovute alle tecniche di misura o all'inevitabile variabilità dei fenomeni o delle misure non sono sinonimo di approssimazione o di capricciosa variabilità, ma un inevitabile limite degli approcci quantitativi. In questo capitolo esporremo le tecniche fondamentali per un corretto approccio alle misure sperimentalì e alle incertezze ad esse associate. Partiremo dalla definizione di grandezza fisica e dei concetti di base della teoria della misura, per giungere ai primi rudimenti di elaborazione dei dati sperimentali.

1.1 Cos'è una grandezza fisica?

Lo studio dei fenomeni viene effettuato oggi applicando il metodo scientifico sperimentale introdotto da Galileo Galilei, che pone alla base dell'indagine l'osservazione e la misura: “*Tra le sicure maniere di conseguire la verità è l'anteporre l'esperienza a qualsivoglia discorso non sendo possibile che una sensata esperienza sia contraria al vero.*”². In particolare, nell'analisi di un fenomeno, si possono incontrare molte grandezze che provengono da operazioni di misura e che vanno sotto il nome di **grandezze fisiche**. Per capire cos'è una grandezza fisica proviamo ad osservare qualsiasi fenomeno del mondo che ci circonda e a concentrare l'attenzione sulle sue **proprietà**. Ovviamente queste sono numerosissime e se volessimo davvero descrivere *completamente* il fenomeno non basterebbero tutte le conoscenze scientifiche attualmente note. Tuttavia, si può fare una selezione, e fra tutte le caratteristiche sceglierne solo alcune. Quali scegliamo? Sicuramente quelle proprietà che ci aiutano a descrivere il fenomeno dal punto di vista che ci interessa.

Ad esempio si supponga di voler identificare una dieta appropriata. È naturale partire dalla massa (spesso indicata impropriamente come peso) di un individuo, e certamente questo valore dà una prima indicazione. Tuttavia si potrebbero prendere in considerazione anche altre proprietà, come ad esempio l'altezza, l'età o la percentuale di massa muscolare, che potrebbero essere usate per una eventuale prescrizione dietetica più accurata. Potremmo poi prendere in considerazione ancora altre caratteristiche, come la determinazione a raggiungere il peso forma e quindi a sottoporsi a una dieta più rigorosa, la propensione a rinunciare ad alcuni tipi di alimenti o la tendenza a fare una vita sedentaria. È intuitivo che non tutte queste grandezze da prendere in considerazione sono **misurabili**. Misurare una grandezza vuol dire poterla confrontare con un'altra grandezza ad essa omogenea, ovvero stabilire senza ambiguità se sia maggiore o minore di un multiplo o sottomultiplo di un **campione di riferimento**. Il risultato di una tale operazione di misura è un numero che rappresenta il rapporto tra la grandezza e il suo campione unitario, chiamato appunto **unità di misura**.

In conclusione, ogni volta che una delle proprietà scelte per descrivere un fenomeno risulti essere misurabile (nell'accezione rigorosa appena descritta), essa può essere definita come grandezza fisica. Per misura intendiamo quindi una valutazione non arbitraria tramite *un numero moltiplicato per un'unità di misura*.

² Galileo Galilei, Lettera a Fortunio Liceti del 15 settembre 1640.

ESEMPIO 1.1A: Sono esempi di grandezze fisiche:

- *Massa*
- *Lunghezza*
- *Tempo*
- *Pressione del sangue*
- *Frequenza cardiaca*
- *Velocità*
- *Temperatura*
- *Energia*
- *Conducibilità elettrica*
- *Dose di radiazione assorbita.*

Si faccia attenzione al fatto che le grandezze fisiche non si incontrano soltanto nei corsi di Fisica. □

Qualsiasi grandezza misurabile, sia pure solo concettualmente, per confronto diretto con un campione di riferimento può essere definita **fondamentale**. Dalle grandezze fondamentali si possono derivare con opportune relazioni algebriche altre grandezze. Tali relazioni algebriche sono proprio le **leggi fisiche**, attraverso le quali vengono fissate dunque le unità di misura delle grandezze **derivate**, le grandezze che vengono misurate in maniera indiretta. Le grandezze fondamentali sono scelte in modo da costituire un insieme **completo** (cioè capace di esprimere le grandezze fisiche di interesse tramite una combinazione delle grandezze fondamentali) e **coerente** (in cui cioè le grandezze derivate compaiono moltiplicando o dividendo le grandezze fondamentali senza introdurre ulteriori fattori moltiplicativi). I campioni corrispondenti definiscono un **sistema di unità di misura**. Nell'Esempio 1.1A vi sono sia grandezze fondamentali del **Sistema Internazionale** (S.I.) che grandezze derivate. Le grandezze fondamentali sono: massa [M], lunghezza [L], tempo [T], intensità di corrente [I], temperatura [Θ], Intensità luminosa [J], quantità di sostanza [N] (le parentesi quadre sono la notazione usuale per indicare le dimensioni fisiche di una grandezza). In questo testo, in accordo con l'uso sempre più diffuso all'interno della comunità scientifica, verrà preferito ad altri sistemi di riferimento il S.I. che associa alle grandezze sopra descritte le unità: chilogrammo (kg), metro (m), secondo (s), ampere (A), kelvin (K), candela (cd), mole (mol).

ESEMPIO 1.1B: Le caratteristiche delle grandezze derivate si ricavano a partire dalla loro definizione. Ad esempio, la velocità media, che è definita come il rapporto fra lo spazio percorso e il tempo impiegato, ha le dimensioni fisiche di una lunghezza diviso un tempo. Quindi si misura nel S.I. in m/s. □

ESEMPIO 1.1C: Si vogliano determinare le dimensioni della costante elastica k che compare nella legge di Hooke $F = k\Delta x$. Si ha: $[F] = [k][\Delta x]$ da cui si ricava $[k] = [F]/[\Delta x] = [F]/[L] = [M][L][T]^{-2}/[L] = [M][T]^{-2}$. Le unità di misura nel S.I. sono dunque kg s⁻² (anche se spesso si usa misurare k in N/m, essendo il Newton (N) l'unità di misura della forza F). □

1.2 STRUMENTI DI MISURA

Prima di procedere nella trattazione degli errori di misura è necessario discutere dell'operazione di misura in sé, in particolare per capire come il confronto con il campione porti a risultati che dipendono dagli strumenti attraverso cui tale confronto avviene.

Gli strumenti di misura, dai più semplici ai più sofisticati, consentono il confronto tra la grandezza in esame e la corrispondente unità di misura, fornendo una **risposta quantitativa**. Possono essere schematizzati come costituiti da:

- un elemento rivelatore, sensibile alla grandezza da misurare, che può interagire con questa;
- un trasduttore, che trasforma l'informazione ottenuta dal rivelatore in una grandezza di più facile utilizzo da parte dello sperimentatore;
- un dispositivo che fornisce visivamente il risultato, p.e. un display numerico o un indice.

ESEMPIO 1.2A: *Nel termometro a galinstan (una miscela di gallio-indio-stagno che viene generalmente usata da quando il mercurio è stato messo fuori commercio per la sua tossicità) mostrato in figura l'elemento rivelatore (a) è dato dal galinstan contenuto nel bulbo che all'equilibrio termico raggiunge la stessa temperatura di quella del sistema da misurare. Il galinstan funge anche da trasduttore (b) risalendo nel capillare, in quanto in conseguenza della variazione di temperatura subisce una variazione di volume. Il capillare trasforma la variazione di volume in variazione di lunghezza e insieme alla scala graduata costituisce il dispositivo (c) che visualizza e misura la temperatura. □*



Le caratteristiche principali degli strumenti di misura sono:

- **Intervallo di funzionamento.** È individuato dalla **portata** e dalla **soglia** che lo strumento è in grado di fornire della grandezza da misurare. La portata indica il valore massimo della grandezza incognita misurabile con lo strumento e corrisponde al limite superiore assoluto del campo di misura. La soglia è il minimo valore per cui si ha una risposta dello strumento. Al di fuori dell'intervallo di funzionamento la misura potrebbe essere impossibile, lo strumento potrebbe danneggiarsi, o comunque la risposta non è attendibile.

ESEMPIO 1.2B: *L'intervallo di funzionamento del termometro clinico in figura è 35 °C-43 °C. □*

- **Prontezza.** È legata al tempo necessario perché lo strumento risponda a una data variazione della sollecitazione: quanto minore è questo tempo caratteristico, tanto maggiore è la prontezza. Quando le grandezze da misurare variano molto rapidamente, gli strumenti devono avere prontezze molto elevate.

ESEMPIO 1.2C: La prontezza del termometro clinico è dell'ordine di qualche minuto. □

- **Sensibilità.** È la funzione che rappresenta il rapporto tra la risposta ΔR dello strumento, cioè il risultato dell'operazione di misura sulla grandezza G , e la corrispondente sollecitazione ΔG , cioè:

$$S = \frac{\Delta R}{\Delta G} \quad (1.1)$$

L'unità di misura della sensibilità è il rapporto tra l'unità di misura della deviazione dello strumento e l'unità di misura della grandezza oggetto della misurazione. È facile rendersi conto che esiste una variazione $2\Delta G$ limite, all'interno della quale la risposta ΔR non è apprezzabile dallo strumento. La minima variazione della grandezza da misurare che può essere rilevata dallo strumento in esame è dunque collegata alla sensibilità dello strumento stesso. Tale valore minimo $2\Delta G$ viene chiamato **intervallo di sensibilità** (ΔG è, come vedremo, l'**errore di sensibilità**) poiché lo strumento non è sensibile (ovvero, non registra variazioni) in un intervallo di valori pari a $2\Delta G$ intorno al valore misurato. Il valore effettivo è cioè compreso tra $R(G) - \Delta R(G)$ ed $R(G) + \Delta R(G)$. Nella maggior parte dei casi di interesse la sensibilità è costante in tutto l'intervallo di funzionamento. La presenza del fattore 2 è una semplice questione di comodità, come vedremo nel Par. 1.6.

ESEMPIO 1.2D: Per il termometro clinico in figura, ΔR è dato dal livello del galinstan nel capillare, ΔG rappresenta la corrispondente variazione di temperatura. Si può affermare che ad una variazione $\Delta G = 0.1 \text{ } ^\circ\text{C}$ corrisponde una risposta $\Delta R = 1$ divisione sulla scala dello strumento. Dunque una variazione di temperatura inferiore a $0.05 \text{ } ^\circ\text{C}$ non verrebbe registrata dallo strumento. □

- **Risoluzione.** La risoluzione di uno strumento rappresenta la minima variazione apprezzabile della grandezza in esame attraverso tutto il campo di misura. Espri me cioè la più piccola variazione della grandezza misurata rilevabile con sicurezza attraverso una risposta apprezzabile dello strumento, ad esempio lo spostamento dell'indice. Se la scala dello strumento è lineare e la risoluzione è costante lungo tutto il campo di misura, allora la risoluzione stessa coincide numericamente con l'intervallo di sensibilità.

ESEMPIO 1.2E: L'intervallo di sensibilità e la risoluzione del termometro clinico coincidono, e valgono $0.1 \text{ } ^\circ\text{C}$. □

- **Precisione.** Quando ripetendo le misure nelle stesse condizioni si ottengono risultati diversi, la precisione indica lo scarto tra i risultati forniti dal dispositivo di misura. Più esattamente essa è legata (è inversamente proporzionale) alla larghezza della curva che rappresenta la distribuzione di valori (v. Par. 1.7). Di conseguenza, quanto minore è tale larghezza, tanto più ripetibile è il risultato, tanto più preciso sarà lo strumento.

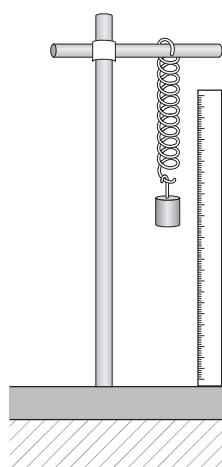
ESEMPIO 1.2F: La dispersione dei risultati nel termometro clinico è tipicamente inferiore a $0.1 \text{ } ^\circ\text{C}$, per cui ripetendo la misura di temperatura nelle stesse condizioni si ottiene sem-

pre lo stesso valore. Quando si usa invece un termometro a infrarossi, sempre di sensibilità 0.1 °C, ripetendo la misura si ottengono tipicamente risultati diversi, anche se di pochi decimi di grado. Se così succede, se ne deduce che il termometro a infrarossi è meno preciso di quello a galinstan. □

- **Accuratezza.** È l'attitudine di uno strumento a dare indicazioni fedeli, cioè a riportare valori delle misurazioni vicini al valor vero della grandezza (il cui significato sarà chiarito nel Par. 1.3). La valutazione dell'accuratezza strumentale viene fatta **tarando** lo strumento, ovvero confrontando la sua risposta rispetto a opportuni campioni di cui si conosce il valore. La **taratura** consiste dunque nel fare in modo che la risposta in corrispondenza di un certo numero di sollecitazioni note sia corretta. Innanzitutto, uno strumento è correttamente tarato quando segna un valore nullo in assenza del misurando (ad es., controllando che una bilancia con i piatti vuoti segni zero). Qualora si possa correggere il funzionamento dello strumento in modo da ovviare alle discrepanze rilevate dalla taratura, si dice che si è effettuata una **calibrazione**.

ESEMPIO 1.2G: *I termometri possono essere tarati immersendoli in un liquido in ebollizione a pressione controllata. Ad esempio si può controllare che un termometro misuri correttamente la temperatura di 100 °C immersendolo nell'acqua pura in ebollizione (a pressione atmosferica). Un termometro che rilevasse la temperatura di 99.5 °C in queste condizioni non sarebbe accurato, perché mostrerebbe appunto una deviazione in difetto di 0.5 °C rispetto alla temperatura che dovrebbe riportare. Calibrare il termometro significa ridisegnare la scala in modo che appaia il valore “100 °C” in corrispondenza della temperatura di ebollizione. Naturalmente il termometro clinico deve essere tarato con altri metodi che diano temperature affidabili all'interno dell'intervallo di funzionamento.* □

ESEMPIO 1.2H: *La bilancia è uno strumento assai diffuso nei laboratori e nella vita quotidiana. Una bilancia a molla utilizza la legge di Hooke per determinare la forza peso applicata al corpo di cui si vuole valutare la massa. Schematicamente il dispositivo è illustrato nella figura:*



Per la bilancia in figura è possibile individuare il rivelatore (a), la molla elicoidale che si deforma sottoposta alla forza peso (che è a sua volta proporzionale alla massa da misurare). La molla funge anche da trasduttore spostandosi sotto l'azione della forza peso, e quindi trasformando la sollecitazione impressa dalla massa in una variazione di lunghezza. La scala graduata costituisce il display che, opportunamente calibrato, permette di visualizzare il valore della massa. Può essere utile anche valutare le altre caratteristiche dello strumento. L'intervallo di funzionamento è dato dalla soglia, ovvero la minima massa che produce un'elargazione apprezzabile della molla, e dalla portata, la massima massa applicabile senza che la molla si rovini deformandosi permanentemente. La prontezza è il tempo in cui una massa, una volta agganciata smette di oscillare e permette la lettura sulla scala graduata in condizioni statiche – in genere pochi secondi. La sensibilità sarà data dalla minima variazione di massa registrabile sulla scala graduata, cioè la variazione di massa corrispondente a due tacche successive. Per una molla che segue la legge di Hooke queste proprietà sono uniformi in tutto l'intervallo di funzionamento, e quindi la risoluzione coincide con la sensibilità. Per determinare la precisione dello strumento si effettuano diverse misure della stessa massa, in modo da valutare la dispersione dei valori. Infine l'accuratezza dipenderà dalla bontà della taratura. Ad esempio se si dispone di masse campione (o comunque misurate con un'altra bilancia affetta da un errore molto minore dell'errore di sensibilità della bilancia in esame) si potrebbe determinare la discrepanza fra il valore misurato e un valore praticamente coincidente con il valore vero. È interessante notare cosa succederebbe se la molla fosse già calibrata per misurare le forze (e quindi sarebbe a tutti gli effetti un dinamometro). Se anche si fosse certi tramite la taratura del dinamometro che la molla sia molto accurata, non potremmo essere certi che la bilancia lo sia. Infatti per determinare la massa bisogna usare la relazione $m = P/g$, dove P è la forza peso e g è l'accelerazione di gravità (si ricordi che il peso di un oggetto è $P = mg$). Non possiamo quindi definire accurata una bilancia se non siamo certi di adoperare un valore corretto per l'accelerazione di gravità. Un valore non corretto di g introdurrebbe una deviazione in ogni misura. □

APPROFONDIMENTO

Spesso ci si riferisce a uno strumento molto preciso o molto sensibile come se precisione e sensibilità rappresentassero la stessa capacità dello strumento di fornire un risultato con piccola incertezza. In principio non è così, la precisione si riferisce alla riproducibilità delle valutazioni, e l'accuratezza all'incertezza del valore riportato. Tuttavia se l'intervallo di sensibilità fosse molto più grande della larghezza della distribuzione delle misure, non verrebbero utilizzate a pieno le doti intrinseche di precisione dello strumento (le quali permetterebbero misure migliori). Se d'altra parte l'intervallo di sensibilità fosse molto più piccolo, una sola operazione di misura non sarebbe più sufficiente a determinare il valore della grandezza che fluttuerrebbe al di fuori dell'intervallo di sensibilità e sarebbe necessario ripetere le misure diverse volte per ottenere una stima affidabile, v. Par. 1.10. Per evitare questi inconvenienti in genere gli strumenti vengono costruiti in modo tale che l'intervallo di sensibilità e l'ampiezza delle fluttuazioni siano confrontabili. Per questo motivo spesso si parla di sensibilità e precisione come se fossero sinonimi, anche se queste due caratteristiche sono concettualmente molto diverse.

In conclusione nella maggior parte dei casi solo aumentando la sensibilità dello strumento emerge la casualità dell'osservazione, cioè si riescono ad apprezzare valori diversi della grandezza misurata laddove uno strumento meno sensibile restituirebbe sempre lo stesso valore, in quanto tutte le misure ricadrebbero sempre nell'intervallo di sensibilità.

Può essere istruttivo applicare i concetti ora esposti a un altro caso, gli orologi della **Fig. 1.1**. Per questi strumenti l'intervallo di funzionamento è 0-12 ore, la prontezza non è definita perché dipende dalla capacità dell'operatore di registrare i valori, la sensibilità è di un minuto per l'orologio di Fig. 1.1A e un secondo per l'orologio di Fig. 1.1B, la risoluzione per entrambi coincide con la sensibilità. Per valutare la precisione occorrerebbe misurare ripetutamente un fenomeno, e per quantificare l'accuratezza sarebbe necessario misurare intervalli di tempo noti (ad esempio, determinati da un orologio atomico).



Fig. 1.1 Esempio di strumenti per la misura degli intervalli di tempo. In (A) la minima variazione misurabile è un minuto, e quindi l'incertezza nell'orario misurato è maggiore che in (B), strumento per il quale è possibile stabilire l'orario con un'incertezza di un secondo.

APPROFONDIMENTO

L'incertezza associata agli strumenti non è data solamente dalla minima variazione rilevabile. Infatti il valore riportato dagli strumenti può deviare in modo casuale dalla sollecitazione, e quindi il valore mostrato non è il valore corretto, per una serie di cause. Ad esempio gli strumenti sono calibrati ad una certa temperatura e umidità, e le misure effettuate in condizioni ambientali diverse possono differire da quelle di calibrazione. Inoltre le specifiche si riferiscono ad una tensione di alimentazione (da rete o a batteria) che in realtà cambia da laboratorio a laboratorio (e da giorno a giorno). Un'altra causa di fluttuazione sono i difetti di produzione degli apparecchi: i costruttori generalmente danno le specifiche per la classe di apparecchi, non per il singolo prodotto acquistato, che quindi può differire dalla media degli strumenti. Infine, ogni calibratura tende a deteriorarsi nel tempo, così uno strumento che avesse una risposta perfetta al momento della calibrazione tende a cambiare la sua risposta nel tempo (si parla di **deriva** o **drift** dei componenti). Per tutte queste ragioni i fabbricanti di strumenti sono soliti indicare le condizioni di utilizzo a cui la qualità delle misure è garantita, ad esempio l'intervallo di temperatura a cui conservare la strumentazione, l'umidità massima, il tempo massimo che deve intercorrere dall'ultima calibrazione e così via. Può dunque capitare di leggere nelle istruzioni di uno strumento delle specifiche come quelle in Tabella 1.1.

Tabella 1.1 Esempio di specifiche di un misuratore di tensione di precisione

Condizioni di utilizzo	
1) Temperatura ambiente ammessa	Da 0 °C a 50 °C
2) Tempo dalla taratura	1 anno
3) Tempo di accensione	Le specifiche sono valide dopo un'ora dall'accensione
4) Umidità ambientale	RH 80 % per temperature da 0 °C a 35 °C, 70 % da 35 °C a 50 °C
5) Temperatura di deposito	Da -20 °C a 60 °C
6) Altitudine massima di utilizzo	2000 metri
7) Tensione di alimentazione	[100 V/ 120 V/ 230 V] ± 10 %

1.3 INCERTEZZE ED ERRORI DI MISURA

Come visto nei paragrafi precedenti, le misure sperimentali contengono sempre delle inesattezze, o incertezze, della cui entità è necessario tener conto. Non esistendo misure perfette, ogni valore sperimentale è affetto quindi da un'**indeterminazione (errore)** che può dipendere:

1. dalle variazioni incontrollate della grandezza da misurare: una grandezza può essere più o meno disturbata, per esempio a causa del **rumore** (fluttuazioni inevitabili delle parti meccaniche o elettriche), di insopprimibili variazioni statistiche dei parametri di controllo, ecc.;
2. dalla qualità delle tecniche e degli strumenti utilizzati, come visto nel Par. 1.2;
3. dal *modus operandi* dello sperimentatore, che non esegue, o non può eseguire, le operazioni in modo *perfetto*.

Indipendentemente dalla causa, si definisce **errore di misura** ε la deviazione o discrepanza fra il valore stimato della grandezza x e il suo valore vero μ :

$$x = \mu + \varepsilon$$

Per descrivere la teoria delle incertezze, è necessario dunque definire il **valore vero** di una grandezza, ossia il valore che si otterrebbe attraverso una *misura perfetta* della grandezza stessa. Poiché è impossibile effettuare una misura esente da incertezze, ogni valore vero è per natura *indeterminato*. Tuttavia per poter procedere dobbiamo assumere che il valore ideale esista e che l'incertezza di una misura sia la deviazione fra la misura rilevata e tale valore.

APPROFONDIMENTO

Esiste una definizione ufficiale ISO (International Standards Organization) di valore vero, che lo definisce come *un valore compatibile* con la definizione di una data grandezza particolare. È da notare come l'uso dell'articolo indeterminativo non è casuale, in quanto ci possono essere più valori compatibili con la definizione di una data grandezza particolare. Per semplicità assumeremo che questi casi particolari non si verifichino e il valore vero sia unico.

APPROFONDIMENTO

Pur riconoscendo che il concetto di valore vero è, di fatto, una idealizzazione, ha senso parlare di **valore convenzionalmente vero** se con esso si intende quello attribuito ad una grandezza particolare e accettato, per convenzione, in quanto avente un'incertezza appropriata all'uso. Ad esempio il valore indicato su un campione di riferimento (come la massa campione del kg) può essere usato come valore convenzionalmente vero della grandezza.

Un corretto approccio alle misure richiede di minimizzare le sorgenti di errori e di analizzare i risultati per valutare al meglio l'ordine di grandezza delle incertezze residue. A tal proposito sarà utile classificare i vari tipi di incertezze, al fine di riconoscerle durante le procedure sperimentali.

Si usa distinguere tra **errori sistematici** ed **errori casuali**.

Gli **errori sistematici** sono caratterizzati da una deviazione fissa in segno e grandezza del valore rilevato rispetto al valore vero, e di conseguenza sono difficilmente rivelabili con una semplice ripetizione delle misure. Sono in genere do-

vuti a un difetto dell'apparecchio o al *modus operandi* adottato. Per prevenire questo genere di errori è necessaria una taratura periodica degli strumenti di misura e uno *studio critico dei metodi sperimentali utilizzati*. Quando possibile, può anche essere istruttivo ripetere la misura con un altro apparecchio e/o un altro metodo: in generale è assai difficile che due procedure diverse abbiano esattamente gli stessi errori sistematici, e quindi sono rilevabili per confronto.

Gli **errori casuali** sono tutti quelli che causano deviazioni dal valore vero, una volta esclusi gli errori sistematici. Possono provenire da caratteristiche dell'apparecchiatura utilizzata o dal fenomeno fisico stesso, così come da piccoli errori nella valutazione dello sperimentatore, come ad esempio nell'apprezzare i decimi su una scala. Ripetendo le misure, questi errori non conservano sistematicamente lo stesso segno o la stessa grandezza. Ripetere le misure dunque serve innanzitutto a rilevare la presenza di eventuali errori casuali: se i risultati delle misure sono diversi fra di loro, evidentemente le misure sono affette da incertezze aleatorie. Come approfondiremo nel Par. 1.10 si può ridurre l'incertezza associata a questo genere di errori aumentando il numero di misure. Infatti, gli errori casuali sono trattabili con metodi statistici, basati sulla teoria della probabilità.

Ci sono, come vedremo, dei casi in cui sarà possibile individuare soltanto un intervallo di valori nel quale è certamente compreso il valore della grandezza. Non sarà in tal caso possibile fare una analisi statistica dei risultati. Soltanto gli errori propriamente detti statistici determinano una distribuzione casuale dei risultati sperimentali attorno al valore *vero* della grandezza misurata.

Si dice molto **accurata** una misura che contiene piccoli errori sistematici, molto **precisa** una misura che contiene piccoli errori casuali. Vedremo che tanto più è precisa la misura quanto più piccola è la **larghezza** della curva che rappresenta i dati.

Vanno menzionati anche gli **sbagli** che l'operatore potrebbe commettere. È superfluo dire che tali errori grossolani non dovrebbero esistere in un buon esperimento. In statistica un valore anomalo, qualunque sia la causa che lo provochi, si dice **outlier**. Gli outliers sono valori numericamente distanti dal resto dei dati raccolti. Gli sbagli rientrano certamente in tale definizione, ma non tutti gli outliers sono sbagli. Se si utilizzano diverse osservazioni per raggiungere un risultato, bisogna sapere *come* tali inesattezze si ripercuotono sul risultato finale. Questo problema verrà affrontato nei Parr. 1.9, 1.10 e 1.11.

In conclusione: l'errore associato a una misura è funzione dello strumento che effettua la misura, dell'operatore e del metodo di misura. L'analisi statistica è in grado di valutare gli errori casuali, mentre gli errori sistematici, che non possono essere interpretati statisticamente, si suppone siano stati eliminati grazie all'abilità dello sperimentatore e alla corretta calibrazione degli strumenti.

APPROFONDIMENTO

Si noti che nel linguaggio tecnico-scientifico si distingue fra *errori* e *sbagli*, che nel linguaggio corrente sono invece sinonimi (analogamente nell'inglese tecnico si distingue fra *errors* e *mistakes*). Può aiutare l'etimologia: errore viene da *vagare*, *pellegrinare*, e quindi si riferisce ad un muoversi attorno al valore corretto, mentre sbaglio viene probabilmente (l'origine è incerta) da *abbaglio* o *non badare*, e quindi si riferisce ad una inesattezza sostanziale.

1.4**ERRORI NEGLI STRUMENTI ANALOGICI E DIGITALI**

Gli strumenti di misura introdotti nel Par. 1.2 si suddividono in analogici e digitali. Gli strumenti analogici esprimono il risultato della misura con un indice che si muove con continuità, e la lettura avviene attraverso una scala graduata, come nel termometro dell’Esempio 1.2A o negli orologi della Fig. 1.1. Per poter rilevare il risultato è quindi necessario trasformare la posizione dell’indice in un valore numerico, valutandone la sua posizione rispetto a una scala. In genere, l’incertezza è quindi legata all’intervallo fra due tacche, o divisioni, in quanto non è possibile apprezzare variazioni della grandezza misurata inferiori a tale intervallo. Facendo sempre riferimento al termometro della **Fig. 1.2**, si può notare che variazioni inferiori al decimo di grado non sono rivelabili sulla scala dello strumento, e quindi ne costituiscono, come vedremo, l’errore associato all’intervallo di sensibilità. Per gli orologi della Fig. 1.1 l’intervallo di sensibilità è di un minuto per quello nel riquadro A e di un secondo per l’orologio nel riquadro B.



Fig. 1.2 Termometro clinico digitale. La temperatura è stimata 37.0 °C.

Negli strumenti digitali invece il risultato della misura avviene per passi discreti ed è espresso direttamente come un valore numerico, come nel termometro digitale della Fig. 1.2. In questo caso l’incertezza è data dal fatto che il valore della misura sarà compreso fra il valore di 37.0 °C che appare sul display e i due valori adiacenti, cioè il valore inferiore (36.9 °C) e quello superiore (37.1 °C). È quindi naturale assumere che per gli strumenti digitali l’intervallo di sensibilità è costituito dalla differenza fra due cifre successive che appaiono sul display. Notiamo che per gli strumenti digitali non è possibile definire una funzione continua per la sensibilità in analogia con gli strumenti analogici, ma solo un intervallo di sensibilità. Gli strumenti digitali d’altro canto consentono misure con sensibilità molto più elevata rispetto agli strumenti analogici. Infatti un display digitale può facilmente contenere molte cifre – ad esempio il contachilometri di un’auto, vedi **Fig. 1.3**, è spesso formato da un numero fino a sei cifre. Di conseguenza anche quando un’auto ha percorso, ad esempio come in Fig. 1.3, 14051 km, è ancora possibile rilevare variazioni di un chilometro. In altre parole, il contachilometri digitale ha una risoluzione di un chilometro anche quando misura distanze diecimila volte più grandi. Ciò non sarebbe possibile con uno strumento analogico, perché equivalrebbe a rilevare lo spostamento di un ago per meno di una tacca su 10000. Gli strumenti moderni, ad esempio le bilance analitiche che hanno una sensibilità di 0.1 mg con una portata di 100 g, distinguono (teoricamente: hanno una risoluzione capace di valutare) milioni di valori diversi, ben difficilmente rappresentabili su

un riquadro analogico. Un display digitale con sei cifre permette invece di riportare un milione di valori diversi, ovvero, ad esempio, tutti i valori compresi fra 0 e 100 g ad intervalli di un decimo di milligrammo³.



Fig. 1.3 Esempio di contachilometri digitale e tachimetro analogico. La migliore stima della distanza percorsa sul contachilometri digitale è la cifra che appare sul display, con un intervallo di sensibilità di 1 km. Infatti la lettura “14051” (km) implica che la distanza percorsa è sicuramente maggiore di 14050 km e sicuramente inferiore a 14052, con un'approssimazione di circa 1 km/10000, quindi dello 0.01%. Si noti che il tachimetro analogico non riesce a distinguere che 5 km/h su tutte le velocità fino a 200 km/h, è affatto cioè da un’incertezza maggiore di 5/200, cioè il 2% circa, per tutte le velocità.

Gli strumenti digitali si classificano spesso in base al numero di cifre che mostrano sul display. L'esempio appena menzionato di una bilancia che distingue un milligrammo per una misurazione fino a 100 g viene comunemente detto uno strumento a **sei cifre** o a **sei digit** (abbreviazione, **dgt**), perché sul display compaiono 6 numeri che possono assumere un valore compreso fra 0 e 9. In questo modo sul display si possono rappresentare tutti i valori da 0 g a 99.9999 g con passo 0.0001 g, appunto utilizzando sei cifre, v. **Fig. 1.4**.

A volte si usa anche la notazione “**1/2 cifra**” (o, equivalentemente, “**1/2 digit**”). Si dice “mezza cifra” un numero del display che non può assumere qualunque valore fra 1 e 9, ma solo “0” o “1”, cioè non può essere visualizzato un numero “2” o superiore.

Nella teoria degli errori di misura il digit è la minima variazione apprezzabile dallo strumento, cioè la più piccola cifra rappresentabile dal display.

³ Si noti che questa è la ragione per cui gli orologi analogici si compongono di diversi indicatori (lancette diverse che indicano almeno le ore e i minuti), proprio perché un singolo indicatore analogico che volesse fornire un’indicazione dei minuti trascorsi nell’arco di una giornata (12 ore) dovrebbe comporsi di 720 divisioni, che sarebbero naturalmente molto difficili da distinguere.

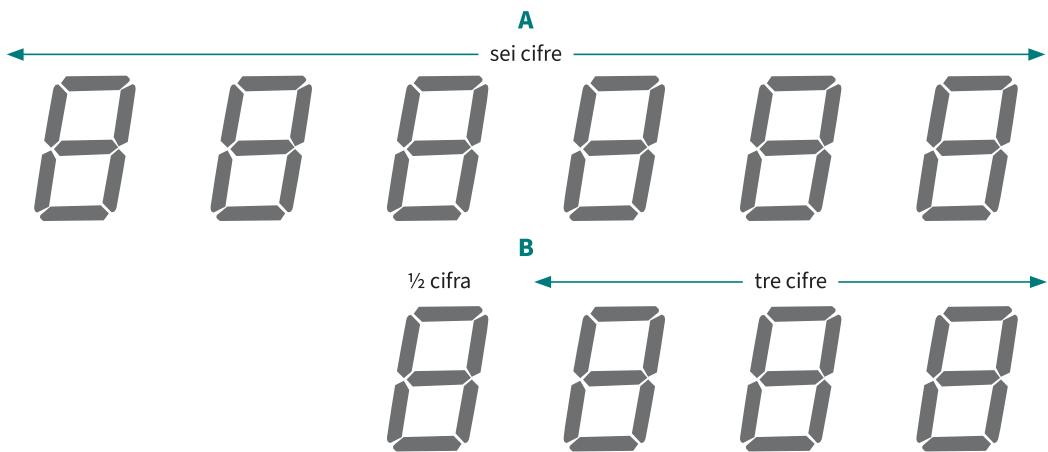


Fig. 1.4 Esempio di display a 6 cifre (A) e a 3 ½ cifre (B). Nel primo caso sul display ogni cifra può assumere un qualsiasi valore fra 0 e 9, quindi il display può rappresentare qualunque valore fra 0 e 999999. Nel secondo caso la cifra detta “1/2” può assumere solo valore 0 e 1. Quindi il display può rappresentare tutti i valori compresi fra 0 e 1999.

1.5 VARIABILI STATISTICHE

Definiamo **variabile statistica** una grandezza misurabile e fluttuante, ovvero un numero casuale, quando esso è il risultato di un’osservazione sperimentale di un fenomeno. La variabile statistica sarà detta **variabile casuale** nel momento in cui ad essa potrà essere associata una distribuzione di probabilità, come vedremo nei prossimi capitoli.

Ci proponiamo di presentare i tipi più comuni di variabili statistiche che derivano da dati sperimentali. Una variabile statistica può essere **quantitativa** o **qualitativa**. Le variabili **quantitative** possono essere di vario tipo:

1. variabile **continua**, ovvero una variabile il cui valore può essere rappresentato da un numero *reale* qualsiasi, non necessariamente intero, all’interno di un certo intervallo;

ESEMPIO 1.3: *Si vuole misurare la massa di ognuno degli studenti che seguono un corso. I possibili esiti della misura sono diversi a seconda dell’individuo osservato, ma saranno comunque un numero reale, non necessariamente intero (73.5 kg per un individuo, 66.5 kg per un altro e così via). La variabile è da considerarsi continua perché in linea di principio può assumere qualunque valore reale, anche se per le particolari condizioni sperimentali o per la scelta dell’unità di misura (per esempio usando i grammi anziché i kg) gli esiti fossero costituiti da numeri interi. □*

2. variabile **discreta**, ovvero una variabile il cui valore può essere rappresentato esclusivamente da un numero intero.

ESEMPIO 1.4: *Si vuole determinare il numero di sorelle o fratelli di ognuno degli studenti che seguono un corso. I possibili esiti della misura sono diversi a seconda dello studente di volta in volta considerato, ma saranno comunque un numero intero (0, 1, 2, e così via). □*

Le variabili **qualitative** possono essere di vario tipo:

1. variabile **ordinabile**, ovvero una variabile che può assumere diversi valori per i quali è possibile stabilire un ordine, ma tali valori non possono essere interpretati come proporzionali alla grandezza studiata. Di conseguenza non si possono effettuare manipolazioni algebriche, ma solo stabilire fra due valori quale sia il maggiore;

ESEMPIO 1.5: *I voti conseguiti dagli studenti di un corso di un esame sono (nelle migliori intenzioni) indicativi della preparazione, ma non avrebbe senso dire: “una studentessa che è stata valutata con 30/30 conosce la statistica il 20% (cioè $5/25 = 0.2 = 20\%$) in più di un’altra studentessa che è stata valutata con 25/30”, si può solo dire che la prima studentessa ha una preparazione migliore della seconda. □*

2. variabile **nomina**le, o **sconnessa**, quando fra i diversi valori che potrebbe assumere non vi è nessuna possibilità di costruire un ordinamento gerarchico che corrisponda all’operazione di confronto per stabilire fra due valori quale sia il maggiore.

ESEMPIO 1.6: *Se si registrasse il luogo di nascita delle studentesse che seguono un corso, o la loro scuola di provenienza, sarebbe ovvio che queste grandezze non sono ordinate, anche perché non sono rappresentate da un valore numerico. □*

APPROFONDIMENTO

A volte vengono assegnati arbitrariamente dei valori numerici a grandezze che non sono quantitative. Se la città di provenienza fosse catalogata attraverso il Codice di Avviamento Postale della residenza, apparentemente si potrebbe stabilire un ordinamento gerarchico, ma questa operazione non ha alcun significato concreto. Ciò che conta non è l’espressione della variabile casuale attraverso un numero, ma la relazione fra la variabile casuale rilevata e la grandezza che si intende misurare.

1.6 ERRORI CASUALI

Gli errori di misura casuali, v. Par. 1.3, si dividono a loro volta in **errori massimi** ed **errori statistici**. Per capire la differenza tra le due tipologie, distinguiamo fra tre situazioni sperimentali in cui si valuta una grandezza x .

1. Può capitare di riuscire ad eseguire *una sola operazione di misura* perché per questioni di tempo o convenienza si è deciso di non eseguire altre misure, oppure perché il fenomeno è unico in determinate condizioni, come capita p.e. in molti fenomeni naturali (eclissi, fenomeni meteorologici, ecc.) e biologici (prelievi invasivi, test che distruggono il campione, ecc.).

Giovanni Filatrella • Paola Romano

Elaborazione statistica dei dati sperimentali con elementi di laboratorio

Accedi all'ebook e ai contenuti digitali ➤ Espandi le tue risorse ➤ con un libro che **non pesa** e si **adatta** alle dimensioni del tuo **lettore**



All'interno del volume il **codice personale** e le istruzioni per accedere ai **contenuti digitali**.
L'accesso alle risorse digitali è **gratuito** ma limitato a **18 mesi dalla attivazione del servizio**.



€ 21,00

