Forze Armate e di Polizia

Collana a cura di Patrizia Nissolino

TEORIA E TEST
II EDIZIONE

CONCORSO ACCADEMIA MILITARE ARMA DEI CARABINIERI

Prova orale di Matematica

Indicazioni sul concorso
Tutto il programma d'esame

+ ESTENSIONI ONLINE
SOFTWARE DI SIMULAZIONE

EdiSES edizioni

TEORIA E TEST

II EDIZIONE

CONCORSO ACCADEMIA MILITARE ARMA DEI CARABINIERI

Accedi ai servizi riservati

Il codice personale contenuto nel riquadro dà diritto a servizi riservati ai clienti. Registrandosi al sito, dalla propria area riservata si potrà accedere a:

SOFTWARE DI SIMULAZIONE E CONTENUTI AGGIUNTIVI

CODICE PERSONALE

Grattare delicatamente la superficie per visualizzare il codice personale.
Le **istruzioni per la registrazione** sono riportate nella pagina seguente.
Il volume NON può essere venduto né restituito se il codice personale risulta visibile.
L'**accesso ai servizi riservati** ha la **durata di 18 mesi** dall'attivazione del codice e viene garantito esclusivamente sulle edizioni in corso.

Istruzioni per accedere ai contenuti e ai servizi riservati

SEGUI QUESTE SEMPLICI ISTRUZIONI

SE SEI REGISTRATO AL SITO

clicca su **Accedi al materiale didattico**

inserisci email e password

inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina

inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

SE NON SEI GIÀ REGISTRATO AL SITO

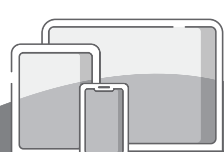
clicca su **Accedi al materiale didattico**

registrati al sito

attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione

torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per utenti registrati

CONTENUTI AGGIUNTIVI



Per problemi tecnici connessi all'utilizzo dei supporti multimediali e per informazioni sui nostri servizi puoi contattarci sulla piattaforma **assistenza.edises.it**

CONCORSO
ACCADEMIA MILITARE ARMA DEI CARABINIERI

Prova orale di Matematica

EdiSES
edizioni

Concorso Accademia Militare Arma dei Carabinieri – Prova orale di Matematica – II Edizione

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2025 2024 2023 2022 2021

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

Cover Design and Front Cover Illustration: Digital Followers S.r.l.

Fotocomposizione: doma book di Massimo Di Grazia

Stampato presso PrintSprint S.r.l. – NA

Per conto della EdiSES edizioni S.r.l. – Piazza Dante, 89 – Napoli

www.edises.it

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e, nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi sulla piattaforma *assistenza.edises.it*.

Sommario

Parte Prima
Diventare Ufficiale dell'Arma dei Carabinieri

Parte Seconda
Matematica

Premessa

Il volume si rivolge a coloro che devono prepararsi ai concorsi per l'accesso ai corsi per Ufficiale del ruolo normale dell'Accademia dell'Arma dei Carabinieri.
Il testo tratta la fase della ***prova orale di Matematica***.
Nelle prime pagine sono fornite indicazioni sulla figura professionale dell'Ufficiale, sulle prove che ciascun concorrente dovrà affrontare partecipando al concorso.
Nelle Parte Seconda, il volume sviluppa, argomento per argomento, il programma della prova orale per tesi di **Matematica**, come previsto dal bando di concorso.
Il contenuto di questo volume è, quindi, completo ed esaustivo per la preparazione alla prova orale di Matematica per l'accesso ai corsi per Ufficiale del ruolo normale dell'Accademia dell'Arma dei Carabinieri.
Gli autori, infatti, si sono impegnati a sviluppare il programma d'esame nel modo più pertinente possibile alle richieste delle Amministrazioni, Militari e di Polizia, e a presentarlo nelle forme più semplici per l'apprendimento; inoltre, hanno arricchito i contenuti inserendo delle rubriche che puntano direttamente alle nozioni che interessano i candidati.
L'obiettivo è quello di fornire, ai concorrenti che desiderano intraprendere una carriera in divisa, strumenti particolarmente efficaci per raggiungere una preparazione ottimale e poter affrontare le prove selettive di ciascun concorso con l'adeguata serenità, sicuri di aver studiato in modo incisivo gli specifici argomenti richiesti.

Per una preparazione completa di tutte le fasi del concorso per l'accesso all'Accademia dell'Arma dei Carabinieri, si consigliano, inoltre, i volumi:

– Concorso Accademia Carabinieri – Teoria e test per preselezione, prova scritta di lingua italiana e prova di lingua inglese (**CC 1.1**)
– Concorso Accademia Militare Arma dei Carabinieri – Prova orale di Storia, Costituzione e cittadinanza italiana, Geografia (**CC 1.3**)
– Concorso Arma dei Carabinieri – Prove di efficienza fisica, accertamenti psicofisici e accertamenti attitudinali (**CC 4.0**).

Ulteriori **materiali didattici**, **simulazioni di prove** e **aggiornamenti** sono disponibili nell'area riservata a cui si accede mediante la registrazione al sito *edises.it* secondo la procedura indicata nel frontespizio del volume.

Eventuali errata-corrige saranno pubblicati sul sito *edises.it*, nell'apposita sezione "Aggiornamenti" della scheda prodotto.

Altri aggiornamenti saranno disponibili sui nostri profili social.

Facebook.com/infoConcorsi
Clicca su (Facebook) per ricevere gli aggiornamenti
blog.edises.it

Indice

Parte Prima
Diventare Ufficiale dell'Arma dei Carabinieri

Parte Seconda
Matematica

Capitolo 7 – Funzioni esponenziali e logaritmiche

Capitolo 8 – Geometria piana

Capitolo 9 – Geometria analitica

Parte Seconda

Matematica

SOMMARIO

Capitolo 12
Trigonometria

12.1 Definizione

Per **trigonometria** intendiamo quell'insieme di regole e formule che consentono di determinare alcuni degli elementi (angoli e/o lati) di un triangolo qualsiasi, noti gli altri.
Dai criteri di congruenza dei triangoli sappiamo che è possibile replicare un triangolo rispetto ad un altro se sono noti tre elementi su sei di questo; nei triangoli esistono quindi relazioni tra le misure degli angoli e dei lati che consentono di calcolare gli elementi incogniti a partire da quelli noti ed i relativi procedimenti prendono il nome di **risoluzione dei triangoli**.
Per individuare in modo univoco un triangolo distinguiamo tre diversi casi a seconda degli elementi noti:
- risoluzione a partire dalla conoscenza di due lati e l'angolo compreso (dal 1° criterio di congruenza);
- risoluzione a partire dalla conoscenza di un lato e degli angoli ad esso adiacenti (2° criterio);
- risoluzione a partire dalla conoscenza dei tre lati (3° criterio).

Nei triangoli rettangoli la misura di un angolo è nota a priori; sono quindi sufficienti due soli elementi noti:
- due cateti;
- un cateto e l'ipotenusa;
- l'ipotenusa ed un angolo acuto;
- un cateto ed un angolo acuto.

12.2 Relazioni tra gli elementi di un triangolo rettangolo

Alla luce di quanto visto a proposito delle funzioni goniometriche consideriamo la porzione di circonferenza goniometrica racchiusa nel primo quadrante (fig. 1).

Indicato con ABC un triangolo rettangolo in C, siano a, b e c le misure dei lati rispettivamente opposti ai vertici A, B e C.
Siano inoltre α e β gli angoli relativi ai vertici A e B del triangolo ABC.
Abbiamo visto che le definizioni delle funzioni goniometriche di un angolo orientato non dipendono dal raggio della circonferenza goniometrica.

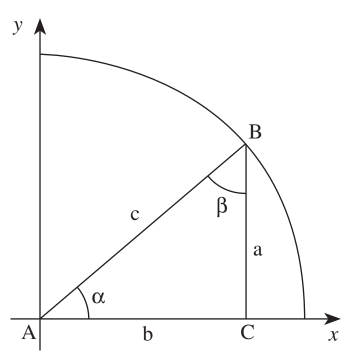


fig. 1

Pertanto assunto come raggio della circonferenza l'ipotenusa $\overline{AB}$ del triangolo, dalle definizioni di seno, coseno e tangente, ricaviamo:

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\alpha = \dfrac{a}{c} \\ \cos\alpha = \dfrac{b}{c} \\ \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a}{b} \end{cases}$$

Da tali definizioni si possono ricavare agevolmente i cateti del triangolo in funzione dell'angolo α e dell'ipotenusa, poiché:

$$\begin{cases} a = c\operatorname{sen}\alpha \\ b = c\cos\alpha \\ a = b\operatorname{tg}\alpha \end{cases} \qquad (*)$$

Inoltre, essendo la somma degli angoli interni di un triangolo 180°, ne consegue che β è il complementare di α, essendo *ABC* rettangolo, cioè:

$$\beta = 90° - \alpha$$

ricordando pertanto le formule degli angoli associati abbiamo:

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}(90° - \beta) = \cos\beta \\ \cos\alpha = \cos(90° - \beta) = \operatorname{sen}\beta \\ \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(90° - \beta) = \operatorname{ctg}\beta \end{cases}$$

e sostituendo nelle (*) otteniamo le espressioni dei cateti del triangolo rettangolo *ABC* in funzione dell'angolo β:

$$\begin{cases} a = c\cos\beta \\ b = c\operatorname{sen}\beta \\ a = b\operatorname{ctg}\beta \Leftrightarrow b = a\operatorname{tg}\beta \end{cases} \qquad (**)$$

Queste relazioni ci permettono di risolvere i triangoli rettangoli come vedremo nei paragrafi successivi quando affronteremo i problemi della trigonometria.

12.3 Risoluzione dei triangoli rettangoli

Per la risoluzione di un triangolo rettangolo dobbiamo fare riferimento a quanto detto a proposito delle relazioni tra i suoi elementi.
La risoluzione del triangolo rettangolo in trigonometria prevede quattro casi che andremo a schematizzare tenendo conto della figura 2.

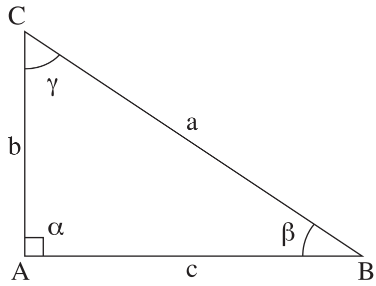


fig. 2

I quattro casi sono:

CASO	ELEMENTI NOTI	ELEMENTI INCOGNITI
I	cateti b e c	ipotenusa a ed angoli β e γ
II	ipotenusa a e cateto b	cateto c ed angoli β e γ
III	cateto b ed angolo β	ipotenusa a, cateto c ed angolo γ
IV	ipotenusa a ed angolo β	cateti b e c ed angolo γ

I Caso

Ricordiamo che nel triangolo rettangolo $tg\beta = \frac{b}{c}$; da ciò ricaviamo immediatamente l'angolo β attraverso la formula inversa $\beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{b}{c}\right)$.

Adesso γ lo ricaviamo tenendo conto che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°; essendo α = 90°:

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 90° - \beta = 90° - \beta$$

Per avere infine il valore dell'ipotenusa a, ricordiamo che $b = a$ senβ e quindi: $a = b$ / senβ.

II Caso

Dalla formula $b = a$ senβ, otteniamo $\mathrm{sen}\beta = \frac{b}{a}$ e quindi $\beta = \mathrm{arcsen}\left(\frac{b}{a}\right)$.

L'angolo γ si ricava in modo analogo al I caso cioè γ = 90° − β .

Infine, per avere il cateto c ricordiamo la formula: $c = a$ senγ.

III Caso

L'angolo γ si ricava in modo analogo al I caso cioè γ = 90° − β; inoltre, essendo $\mathrm{tg}\beta = \frac{b}{c}$, risulta $c = \frac{b}{\mathrm{tg}\beta}$.

Infine, sapendo che $b = a$ senβ, si ricava agevolmente: $a = \frac{b}{\mathrm{sen}\beta}$.

IV Caso

L'angolo γ si ricava in modo analogo al I caso cioè γ = 90° − β, inoltre $b = a$ senβ ed infine $c = a$ cosβ.

12.4 Relazioni tra gli elementi di un triangolo qualunque

Teorema dei seni

In un triangolo qualunque i lati sono proporzionali ai seni degli angoli ad essi opposti.

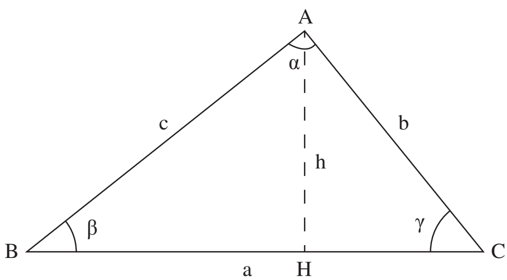


fig. 3

Nel triangolo acutangolo di vertici ABC di figura 3, l'altezza $\overline{AH}$, relativa al lato $\overline{BC}$, individua su $\overline{BC}$ il piede H, dividendo il triangolo in due triangoli rettangoli, AHB e AHC.

Se indichiamo con h il segmento $\overline{AH}$, per tali triangoli potremo scrivere le relazioni seguenti:

per il triangolo AHB $\qquad h = c \, \mathrm{sen}\beta$

per il triangolo AHC $\qquad h = b \, \mathrm{sen}\gamma$

per la proprietà transitiva sarà: $\qquad c \, \mathrm{sen}\, \beta = b \, \mathrm{sen}\, \gamma$

ovvero: $\dfrac{c}{\mathrm{sen}\gamma} = \dfrac{b}{\mathrm{sen}\beta}$.

È possibile ripetere lo stesso procedimento con gli altri vertici, ad esempio con il vertice B per il quale avremo:

$c \, \mathrm{sen}\alpha = a \, \mathrm{sen}\gamma$ da cui: $\dfrac{c}{\mathrm{sen}\gamma} = \dfrac{a}{\mathrm{sen}\alpha}$

di nuovo per la transitività delle uguaglianze avremo:

$$\frac{c}{\mathrm{sen}\gamma} = \frac{b}{\mathrm{sen}\beta} = \frac{a}{\mathrm{sen}\alpha}$$

Anche se avessimo considerato un triangolo ottusangolo saremmo giunti alle stesse identiche conclusioni potendo scrivere per gli stessi triangoli rettangoli AHB ed AHC (vedi fig. 4):

per il triangolo AHB $\qquad h = c \, \mathrm{sen}\beta$

per il triangolo AHC $\qquad h = b \, \mathrm{sen}(\pi - \gamma) = b \, \mathrm{sen}\gamma$

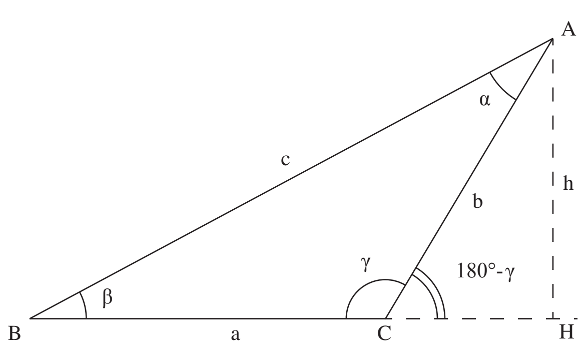


fig. 4

Proprietà: in un triangolo il rapporto tra ogni lato ed il seno dell'angolo ad esso opposto è costante ed è uguale al diametro della circonferenza circoscritta al triangolo stesso.

Come da fig. 5 consideriamo il triangolo di vertici ABC inscritto nella circonferenza di diametro 2r dove andiamo ad inscrivere anche un triangolo di vertici ADC che condivide quindi con ABC i due vertici A e C ed ha un lato coincidente con il diametro $\overline{AD} = 2r$ della circonferenza. Tale triangolo è necessariamente rettangolo in C ed ha l'angolo in D congruente con l'angolo in B del triangolo dato perché gli angoli alla circonferenza $\hat{B}$ e $\hat{D}$ insistono sulla stessa corda $\overline{AC} \equiv b$; per il triangolo rettangolo il teorema dei seni fornisce la seguente relazione:

$$\overline{AC} = \overline{AD}\,\text{sen}\beta \quad \text{ovvero:} \quad \frac{b}{\text{sen}\beta} = 2r$$

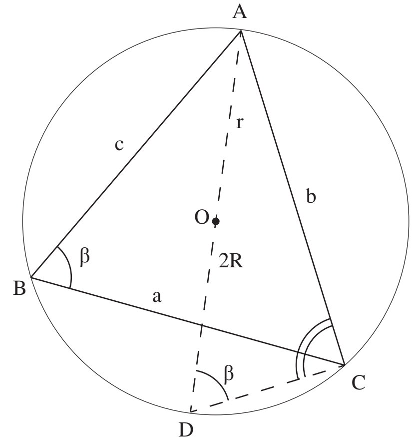


fig. 5

Definizione: dato un angolo, definiamo proiezione di uno dei lati sul secondo lato dell'angolo il prodotto della misura dei lati per il coseno dell'angolo stesso.

Il teorema delle proiezioni ed il teorema di Carnot o del coseno
In un triangolo qualunque, ogni lato è uguale alla somma delle proiezioni degli altri due lati su di esso.

Con riferimento ai triangoli rettangoli AHB ed AHC di fig. 3 ed alla definizione di coseno di un angolo possiamo scrivere:
$\cos\beta = \overline{BH}/\overline{BA}$
$\cos\gamma = \overline{CH}/\overline{CA}$ da cui:

$$\overline{BH} = c\cos\beta \qquad e \qquad \overline{CH} = b\cos\gamma$$

Essendo: $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ (1) tramite sostituzione:

$$a = c\cos\beta + b\cos\gamma$$

Con riferimento alla fig. 4 possiamo dimostrare che la relazione vale anche nel caso di triangoli ottusangoli, dovendo essere:

$$\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH} \qquad (2)$$

e: $$\overline{CH} = b\cos(\pi - \gamma) = -b\cos\gamma$$

Per sostituzione nella precedente, la (1) è confermata come anche per tutti gli altri lati, potendo quindi scrivere:
$a = c\cos\beta + b\cos\gamma$
$b = c\cos\alpha + a\cos\gamma$
$c = a\cos\beta + b\cos\alpha$

Se andiamo ora a moltiplicare la prima relazione per a, la seconda per b e la terza per c, otteniamo:
$a^2 = ac \cos\beta + ab \cos\gamma$
$b^2 = bc \cos\alpha + ba \cos\gamma$
$c^2 = ac \cos\beta + bc \cos\alpha$
sottraiamo da ogni relazione le altre due:

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos\alpha \qquad\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$
$$b^2 - c^2 - a^2 = -2ac \cos\beta \qquad \text{da cui:} \qquad b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos\beta$$
$$c^2 - a^2 - b^2 = -2ab \cos\gamma \qquad\qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos\gamma$$

Le relazioni esprimono il **teorema di Carnot o del coseno**: in un triangolo qualunque, il quadrato della misura di un lato è uguale alla somma dei quadrati degli altri due, diminuita del doppio prodotto della misura di questi ultimi per il coseno dell'angolo tra essi compreso.

A fronte di un angolo compreso di tipo retto il coseno si annulla e le formule replicano il teorema di Pitagora; più in generale il teorema del coseno traduce in forma algebrica un teorema sull'equivalenza, ovvero: in un triangolo, il quadrato costruito su di un lato è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due lati "diminuita" del doppio del rettangolo avente per lati il secondo lato del triangolo e la proiezione del terzo lato sul secondo stesso. Il virgolettato sta ad indicare che trattasi di sottrazione quando l'angolo compreso tra il secondo e terzo lato è acuto, diversamente parleremmo di somma.

Formule di Briggs
Queste formule consentono di calcolare gli angoli di un triangolo partendo dalla conoscenza dei lati; dalle formule che descrivono il teorema di Carnot possiamo ricavare il coseno degli angoli di un triangolo qualunque:

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad \cos\beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \qquad \cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Consideriamo ora le formule di bisezione per coseno e seno:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\cos\alpha}}{\sqrt{2}} \qquad \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1-\cos\alpha}}{\sqrt{2}}$$

In tali formule andiamo a sostituire l'espressione di $\cos\alpha$ in funzione dei lati del triangolo ed otterremo dopo rapidi passaggi:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{(b+c+a)(b+c-a)}}{2\sqrt{bc}} \qquad \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{(a+b-c)(a-b+c)}}{2\sqrt{bc}}$$

Può tornare comodo esprimere le suddette formule in funzione del semiperimetro p ($2p = a + b + c$):

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{p(p-a)}}{\sqrt{bc}} \qquad \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{(p-b)(p-c)}}{\sqrt{bc}}$$

Forze Armate e di Polizia

Manuale consigliato per la prova orale di Matematica.

- Indicazioni sul concorso
- Tutto il programma per la prova orale di Matematica

Il volume è indirizzato a quanti intendono partecipare al concorso per l'ammissione all'**Accademia** per la formazione di base degli **Ufficiali dell'Arma dei Carabinieri**, indetto dal Ministero della Difesa, e intendono prepararsi alla prova orale di **Matematica**.

Il testo è articolato in Parti:

Parte I – Diventare Ufficiale dell'Arma dei Carabinieri
La figura dell'Ufficiale dell'Accademia Militare dell'Arma dei Carabinieri, ruoli, compiti, prospettive di carriera; come si svolge il concorso; consigli per la tutela all'inidoneità.

Parte II – Matematica
Trattazione, argomento per argomento, del programma della prova orale di Matematica, per tesi, come previsto dal bando di concorso.

ESTENSIONI **ONLINE**
SOFTWARE DI **SIMULAZIONE**

Grazie al **software online** accessibile gratuitamente nell'area riservata, previa registrazione, sarà possibile effettuare **infinite esercitazioni**, utili per il ripasso della materia.

Per completare la preparazione

CC 1.1 Accademia Carabinieri
Prova scritta di preselezione - Prova di lingua italiana - Prova di lingua inglese

CC 1.3 Accademia Carabinieri
Prova orale di Storia, Costituzione e cittadinanza italiana, Geografia

CC 4.0 Arma dei Carabinieri
Prove di efficienza fisica, accertamenti psico-fisici e attitudinali

EdiSES edizioni

blog.edises.it
facebook.com/infoConcorsi
infoconcorsi.edises.it

€ 26,00

ISBN 978-88-3622-396-1
9 788836 223961