Comprende versione **ebook**

Meccanica e Termodinamica

Guida alla Soluzione degli Esercizi da

Mazzoldi, Nigro, Voci - Fisica
Mazzoldi, Nigro, Voci - Elementi di Fisica

a cura di

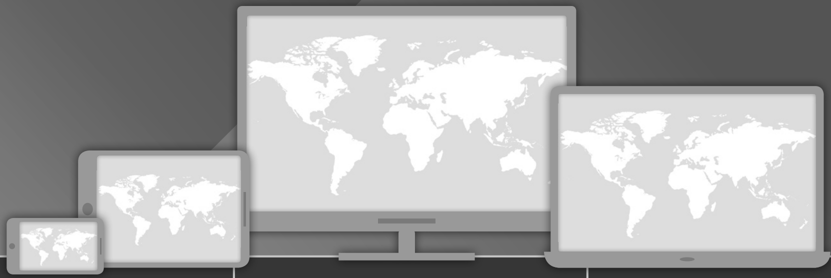
E. Milani
M. Marinelli
G. Verona Rinati
C. Verona

EdiSES università

Accedi ai contenuti **digitali**

Espandi le tue risorse

un libro che **non pesa**
e si **adatta** alle dimensioni
del **tuo lettore**!



COLLEGATI AL SITO **EDISES.IT**

ACCEDI AL **MATERIALE DIDATTICO**

SEGUI LE **ISTRUZIONI**

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edises.it** e accedere ai contenuti digitali.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie

Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.
L'**accesso ai contenuti digitali** sarà consentito **per 18 mesi**.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edises.it** e segui queste semplici istruzioni

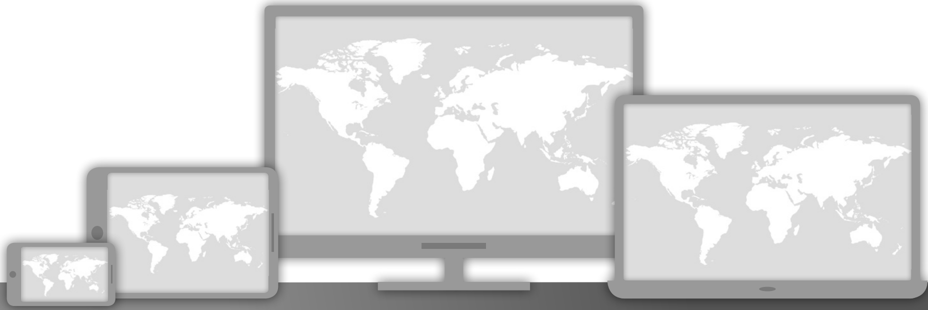
Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito **edises.it**
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*

EdiSES università



I contenuti digitali sono accessibili dalla propria **area riservata** secondo la procedura indicata nel frontespizio.

Dalla sezione **materiali e servizi** della tua area riservata potrai accedere all'**Ebook**, ovvero la versione digitale del testo in formato epub, standard dinamico che organizza il flusso di testo in base al dispositivo sul quale viene visualizzato. Fruibile mediante l'applicazione gratuita BookShelf, consente una visualizzazione ottimale su lettori e-reader, tablet, smartphone, iphone, desktop, Android, Apple e Kindle Fire.

L'accesso ai contenuti digitali sarà consentito per **18 mesi**.

EdiSES università

E. Milani • M. Marinelli • G. Verona Rinati • C. Verona

Meccanica e termodinamica

Guida alla **Soluzione** degli **Esercizi** da

Mazzoldi, Nigro, Voci – Fisica
Mazzoldi, Nigro, Voci – Elementi di Fisica

EdiSES università

E. Milani, M. Marinelli, G. Verona Rinati, C. Verona

Meccanica e termodinamica

Guida alla Soluzione degli Esercizi da Mazzoldi, Nigro, Voci – Fisica

Mazzoldi, Nigro, Voci – Elementi di Fisica

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2027 2026 2025 2024 2023

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

Impaginazione: V colore di Francesco Omaggio - Pordenone

Stampato presso:
Vulcanica S.r.l. – Nola (NA)

Per conto della
EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante, 89 – Napoli

www.edises.it assistenza.edises.it

ISBN 978 88 3623 160 7

Autori

ENRICO MILANI
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

MARCO MARINELLI
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

GIANLUCA VERONA RINATI
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

CLAUDIO VERONA
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

Prefazione

Nel proporre una raccolta di esercizi risolti relativi agli argomenti classici (meccanica, fluidi, onde e termodinamica) degli insegnamenti di Fisica Generale I per i Corsi di Laurea di indirizzo scientifico-tecnologico, abbiamo deciso di svolgere dettagliatamente le soluzioni degli esercizi di meccanica e termodinamica proposti nei libri di *Fisica* ed *Elementi di Fisica* a cura di Mazzoldi-Nigro-Voci, piuttosto che realizzare una nuova raccolta.

Gli studenti che utilizzano come libro di testo uno dei volumi citati avranno una guida approfondita per la soluzione degli esercizi proposti nel volume, per gli altri si tratterà di una nuova raccolta di esercizi come altre.

La raccolta contiene oltre 380 esercizi svolti, da utilizzare per la preparazione allo scritto di Fisica Generale I. Quando possibile, vengono proposte più soluzioni alternative per lo stesso esercizio. Questo consente di confrontare i diversi metodi e acquisire l'esperienza necessaria a scegliere a ragion veduta quello migliore (nel senso di più efficiente, ossia che richiede meno calcoli) nelle varie situazioni.

Siamo dell'avviso che è più formativo risolvere un numero relativamente limitato di esercizi dedicando loro il tempo necessario ad analizzarli a fondo, anziché risolverne un gran numero ma frettolosamente.

Il numero di esercizi proposto in questa raccolta è molto più che sufficiente per la preparazione all'esame.

È consigliabile, nel prepararsi allo scritto, seguire una routine sempre uguale quando si risolvono gli esercizi. Riportiamo alcuni suggerimenti generali di metodo da tenere presenti quando si deve risolvere un esercizio:

1) leggete il testo con molta attenzione. Ogni parola ha un significato preciso.
2) fate un disegno accurato della situazione, p.es. con frecce che indicano il moto degli oggetti o le forze applicate ad un punto, etc.
3) indicate ogni quantità che compare nell'esercizio (p.es. una distanza, una velocità, una forza etc.) con un simbolo (a, v_0, $\mathbf{F}_{attr}$, etc) e rappresentatela sul disegno (p.es. evidenziando il tratto relativo alla distanza in esame, se si tratta di una distanza, o disegnando la freccia che la rappresenta, se si tratta di una grandezza vettoriale) scrivendovi accanto il simbolo che userete per identificarla nelle formule.
4) cercate di intuire cosa succederà al sistema in esame, sulla base del semplice senso comune (p.es. un oggetto lanciato verso l'alto prima salirà fino ad una quota massima per poi scendere fino a terra), cercando di stabilire il legame tra le grandezze coinvolte nell'esercizio (p.es. la quota massima raggiunta dipenderà certamente dalla velocità di lancio).
5) solo a questo punto cominciate a scrivere le equazioni che avete studiato e che colleghino tra loro le grandezze coinvolte.
6) nelle formule utilizzate solo i simboli che avete assegnato alle varie grandezze: p.es. se in un moto rettilineo uniforme vi viene data la velocità $v_0 = 15$ m/s, l'equazione per calcolare la coordinata del punto è $x = x_0 + v_0 t$, e non $x = x_0 + 15t$.

7) controllate il risultato finale sia dimensionalmente che dal punto di vista del senso comune (se un corpo che sta muovendosi nel verso delle x positive frena, la sua accelerazione deve risultare negativa, se un sasso viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 20 km/h, la quota massima non potrà essere di 7 km!)

Al momento di fare i calcoli finali, il risultato va riportato in modo che sia facilmente leggibile e approssimato in modo corretto guardando anche i dati forniti dal problema. Il numero riportato nella soluzione non deve quindi contenere troppe cifre significative (p.es. $x = 4.7686393$ m) per non essere difficilmente leggibile, ma neanche troppo poche (p.es. $x = 4$ m), per non essere inesatto. Una buona regola valida in quasi tutti i casi è di usare 2 o 3 cifre utili, approssimando naturalmente il valore (p.es $x = 4.77$ m o $x = 4.8$ m). È particolarmente utile, nel caso di valori molto grandi o molto piccoli, usare la notazione esponenziale (p.es. $x = 1762987.34$ m si può scrivere $x = 1.76\ 10^6$ m, mentre $x = 0.000034567$ m si può scrivere $x = 3.46\ 10^{-5}$ m.).

È infine essenziale che ogni valore di grandezza fisica comprenda la relativa unità di misura (p. es. scrivere $x = 4.63$ non ha significato: non è possibile capire se si tratta – ammesso che si stia calcolando una lunghezza – di metri, centimetri, chilometri o altro).

Roma, Ottobre 2023

Enrico Milani
Marco Marinelli
Gianluca Verona Rinati
Claudio Verona

Indice generale

Prefazione V

1. Cinematica del punto 1
2. Dinamica del punto: le leggi di Newton 53
3. Moti relativi 91
4. Dinamica del punto: lavoro, energia, momenti 103
5. Dinamica dei sistemi di punti materiali 137
6. Dinamica del corpo rigido 149
7. Fenomeni d'urto 199
8. Gravitazione 227
9. Onde meccaniche 235
10. Proprietà meccaniche dei fluidi 251
11. Sistemi termodinamici 263
12. Primo principio della termodinamica 269
13. Secondo principio della termodinamica 307

LEGENDA

dei simboli utilizzati nel libro per le principali grandezze fisiche

Le grandezze **vettoriali** sono indicate con simboli in **grassetto**. Dato un vettore **A**, il simbolo A ne indica il modulo, A_x, A_y, A_z le componenti sugli assi cartesiani x, y, z rispettivamente.

$\boldsymbol{r}$	vettore posizione
$\mathbf{u}_x$, $\mathbf{u}_y$, $\mathbf{u}_z$,	versori degli assi cartesiani
x, y, z	coordinate (componenti del vettore posizione)
t	tempo
$\boldsymbol{v}$	velocità
$\boldsymbol{a}$	accelerazione
$\mathbf{g}$	accelerazione di gravità
s	ascissa curvilinea
$\mathbf{u}_T$, $\mathbf{u}_N$,	versori tangente e normale alla traiettoria
$\boldsymbol{\omega}$	velocità angolare
$\boldsymbol{\alpha}$	accelerazione angolare
ν	frequenza
ω	pulsazione
T	periodo
$\mathbf{F}$	forza
$\mathbf{p}$	quantità di moto
$\mathbf{J}$	impulso
W	lavoro
P	potenza
E_k	energia cinetica
E_p	energia potenziale
E_m	energia meccanica
$\mathbf{L}$	momento angolare
$\mathbf{M}$	momento di una forza
ρ, π, λ	densità, densità superficiale, densità lineare
I	momento d'inerzia
γ	costante di gravitazione universale
I	intensità di un'onda
T	temperatura
Q	quantità di calore
c	calore specifico o molare
U	energia interna
R	costante dei gas ideali
η	rendimento
ξ	efficienza frigorifera
H	entalpia
S	entropia
SR	abbreviazione per "sistema di riferimento"
CM	abbreviazione per "centro di massa"

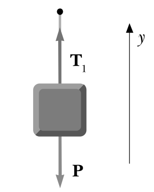
3 Moti relativi

Esercizio 3.1

Un corpo di massa $m = 1.38$ kg è appeso tramite un filo ad un gancio in quiete. Ad un certo istante il gancio inizia a muoversi verticalmente verso l'alto con accelerazione $a = 4$ m/s^2. Calcolare la tensione del filo a) nel caso in quiete (T_1), b) nel caso di moto (T_2). Determinare inoltre durante la fase di moto accelerato quali sono le forze applicate al corpo ed il valore della loro risultante per un osservatore solidale al gancio.

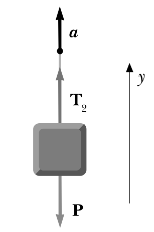
---

a) Nel caso in cui il gancio sia fermo, il corpo è anch'esso fermo e pertanto le forze applicate su di esso (forza peso e la tensione del filo) devono avere risultante nulla. Proiettando la seconda equazione della dinamica del corpo su un asse verticale y orientato verso l'alto:



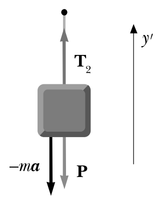
$$T_1 - mg = 0 \longrightarrow T_1 = mg = 13.5 \text{ N}$$

b) Nel caso in cui il gancio sia in moto, il corpo accelera con la stessa accelerazione verso l'alto. Si ottiene quindi :



$$T_2 - mg = ma \longrightarrow T_2 = m(g + a) = 19 \text{ N}$$

In questo secondo caso il filo, oltre a sostenere il corpo, deve assicurarne l'accelerazione e la sua tensione è maggiore rispetto a quella calcolata quando il gancio era fermo.
Il problema può essere risolto anche nel sistema di riferimento (SR) solidale con il gancio, in cui il corpo risulta in quiete e quindi la risultante delle forze applicate deve essere nulla.
Nelle forze applicate vanno però incluse le forze apparenti, in questo caso pari a $-m\mathbf{a}$. La seconda equazione della dinamica proiettata su un asse y' solidale con il gancio è quindi



$$\underbrace{T_2 - mg}_{\text{Forze reali}} \; \underbrace{- ma}_{\text{Forza apparente}} = 0$$

Ossia, mentre nel SR fisso le forze non sono in equilibrio dovendo assicurare il moto del corpo, nel SR solidale con il gancio (corpo fermo) esse sono in equilibrio, grazie alla presenza della forza apparente $\mathbf{F}_a = -m\mathbf{a}$ parallela alla forza peso, che esiste solo nel SR non inerziale.

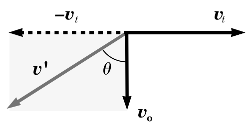
Esercizio 3.2

In una giornata di pioggia, le gocce cadono al suolo in direzione verticale con una velocità $v_0 = 12$ m/s. Un'automobile sta viaggiando ad una velocità di 100 km/h. Determinare il modulo e la direzione della velocità delle gocce di pioggia rispetto all'automobile.

Il sistema di riferimento solidale con l'automobile si muove di moto rettilineo uniforme con velocità di trascinamento $\boldsymbol{v}_t$ ($v_t = 100$ km/h) rispetto al suolo, che è un sistema di riferimento fisso.

Per il teorema delle velocità relative viste nei due sistemi di riferimento possiamo scrivere che

$$\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}_t$$



Quindi la velocità relativa $\boldsymbol{v}'$ della pioggia rispetto all'automobile è

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_0 - \boldsymbol{v}_t$$

Nella figura accanto è rappresentata graficamente la composizione delle velocità nei due sistemi di riferimento: la velocità cercata è la differenza vettoriale tra $\boldsymbol{v}_0$ e $\boldsymbol{v}_t$.

Dal triangolo costruito sui tre vettori velocità è possibile calcolare il modulo e la direzione rispetto alla verticale della velocità $\boldsymbol{v}'$ dalle seguenti equazioni:

$$v' = \sqrt{v_0^2 + v_t^2} = 30.26 \text{ m/s} \qquad ; \qquad \theta = \text{arctg}\frac{v_t}{v_0} = 66.6°$$

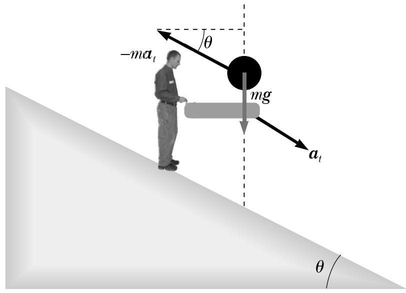
Esercizio 3.3

Un uomo scivola lungo un piano inclinato liscio, che forma un angolo $\theta = 30°$ con il piano orizzontale. Esso tiene in mano una bilancia a molla, con il piano mantenuto orizzontale, su cui poggia un corpo di massa $m = 3$ kg. Calcolare il valore letto sulla bilancia.

Il valore letto sulla bilancia è la forza che la molla esercita sul piatto della bilancia, ossia la reazione vincolare del piatto della bilancia, che in modulo corrisponde alla risultante delle forze applicate al corpo in direzione verticale.

Se l'uomo fosse fermo, l'unica forza applicata al corpo sarebbe la forza peso (verticale e diretta verso il basso) e pertanto la bilancia a molla segnerebbe $P_0 = mg = 29.43$ N.

L'uomo, quando scivola lungo il piano inclinato, possiede un'accelerazione $a_t = g\text{sen}\theta$ causata dalla componente della forza peso parallela al piano inclinato. Nel sistema non inerziale solidale con l'uomo (e quindi con la bilancia), la massa è sottoposta alla forza reale $\mathbf{P}_0$ e alla forza fittizia $\mathbf{F}_t = -m\boldsymbol{a}_t$ come rappresentato in figura accanto. In tale sistema, la forza risultante che agisce sul corpo è



$$\mathbf{F} = m\mathbf{g} - m\boldsymbol{a}_t$$

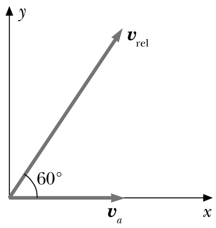
Il valore segnato dalla bilancia è la componente verticale di tale forza:

$$F = mg - ma_t\text{sen}\theta = mg\left(1 - \text{sen}^2\theta\right) = P_0\cos^2\theta = 22\ \text{N}$$

Pertanto, il corpo risulta più "leggero" rispetto a quando viene pesato da fermo.

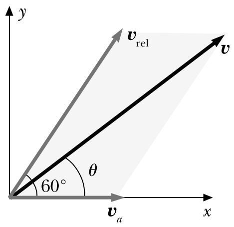
Esercizio 3.4

Un deltaplano sta volando ad una altezza costante. La sua velocità rispetto all'aria, che spira con una velocità rispetto al suolo $v_a = 25$ km/h verso Est, è $v_{rel} = 45$ km/h, a 60° rispetto a v_a. Determinare: a) la velocità e b) la direzione dell'aereo rispetto ad un asse orientato da Ovest a Est.



Per il teorema delle velocità relative, le velocità dell'aereo viste in un sistema fisso (il suolo) e un sistema in moto traslatorio uniforme con velocità $\boldsymbol{v}_a$ (l'aria) sono legate dalla relazione

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{rel} + \boldsymbol{v}_a$$



Pertanto, come riportato in figura accanto, la velocità $\boldsymbol{v}$ dell'aereo rispetto al suolo è la somma vettoriale tra la velocità rispetto all'aria, $\boldsymbol{v}_{rel}$, e la velocità di trascinamento dell'aria, $\boldsymbol{v}_a$.

Prendendo un sistema di riferimento cartesiano xy solidale al suolo con l'asse delle x nella direzione Ovest-Est e l'asse delle y nella direzione Sud-Nord, le componenti della velocità dell'aereo in tale sistema sono

$$\begin{cases} v_x = v_a + v_{rel}\cos\left(60°\right) = 47.5\ \text{km/h} \\ v_y = v_{rel}\text{sen}\left(60°\right) = 39\ \text{km/h} \end{cases}$$

Il modulo e l'angolo formato con l'asse x dal vettore velocità dell'aereo sono quindi :

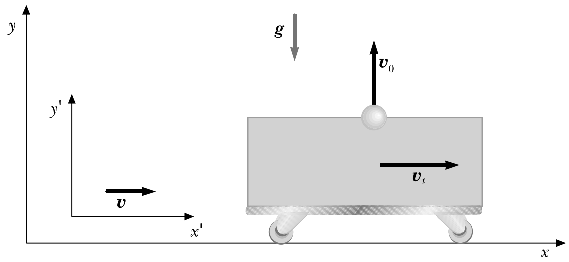
a) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 61.5$ km/h

b) $\theta = \text{arctg}\left(\dfrac{v_y}{v_x}\right) = 39.4°$

Esercizio 3.5

Un punto viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità $v_0 = 6$ m/s da un carrello che si muove lungo l'asse x orizzontale con velocità $v_t = 8$ m/s. Descrivere il moto del punto visto da un osservatore solidale al suolo oppure da un osservatore che si muove concordemente al carrello con velocità $v = 5$ m/s.

Come rappresentato in figura, prendiamo un sistema di riferimento cartesiano xy solidale con il suolo (sistema assoluto) e un sistema di riferimento cartesiano $x'y'$, con gli assi paralleli e concordi a quelli del primo, in moto con velocità $\boldsymbol{v}$ parallela all'asse x (sistema relativo).



Rispetto al sistema di riferimento solidale al suolo (xy, con origine nella posizione del carrello al momento del lancio, cui assegniamo $t = 0$) il corpo è sottoposto all'accelerazione di gravità $\mathbf{g}$ e le sue equazioni del moto sono

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_x = -g \end{cases}, \quad \begin{cases} v_x = v_t \\ v_y = v_0 - gt \end{cases}, \quad \begin{cases} x = v_t t \\ y = v_0 t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Il moto è composto da un moto rettilineo uniforme lungo l'asse x con velocità uniforme v_t e da un moto uniformemente accelerato lungo l'asse y con accelerazione g.

La traiettoria è pertanto un arco di parabola di equazione $y = \dfrac{v_0}{v_t} x - \dfrac{g}{2v_t^2} x^2$.

Il moto del punto è di fatto il noto moto parabolico di un grave lanciato con velocità iniziale avente componenti $v_{0x} = v_t$ e $v_{0y} = v_0$.

La velocità iniziale $\boldsymbol{v}(0)$ ha quindi modulo pari a

$$v(0) = \sqrt{v_t^2 + v_0^2} = 10 \text{ m/s}$$

e forma con l'asse x un angolo

$$\theta = \text{arctg}\left(\frac{v_0}{v_t}\right) = 36.9°$$

Rispetto ad un osservatore in moto rettilineo uniforme con velocità v lungo l'asse delle x concordemente al carrello (sistema di riferimento $x'y'$), l'accelerazione è sempre $\mathbf{g}$ ma cambia la componente orizzontale della velocità. Le equazioni del moto sono, per le trasformazioni galileiane:

$$\begin{cases} a_{x'} = 0 \\ a_{y'} = -g \end{cases}, \quad \begin{cases} v_{x'} = v_t - v \\ v_{y'} = v_0 - gt \end{cases}, \quad \begin{cases} x' = (v_t - v)t \\ y' = v_0 t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Il moto è sempre parabolico, rispetto al caso precedente cambia solo la componente orizzontale della velocità iniziale.

La velocità iniziale $v'(0)$ ha modulo

$$v'(0) = \sqrt{(v_t - v)^2 + v_0^2} = 6.7 \text{ m/s}$$

e forma con l'orizzontale un angolo

$$\theta' = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_0}{v_t - v}\right) = 63.4°$$

Esercizio 3.6

Un punto materiale P descrive, lungo l'asse x di un sistema di riferimento inerziale con origine O, un moto di equazione $x = x_1 \operatorname{sen}\omega t$. Consideriamo un secondo sistema di riferimento, con gli assi paralleli e concordi a quelli del primo, in movimento rispetto a questo in modo tale che la posizione della sua origine O' sia individuata dall'equazione $x_{0'} = x_2 \operatorname{sen}(\omega t + \pi)$, mentre $y_{0'} = z_{0'} = 0$. a) Determinare l'accelerazione del punto nel secondo sistema di riferimento e b) descrivere, sempre in questo sistema, il moto del punto.

In questo esercizio si ha il moto di un punto materiale analizzato in due diversi sistemi di riferimento, di cui il secondo non inerziale (accelerato) in moto unicamente traslatorio rispetto al primo.

L'equazione per la trasformazione delle accelerazioni tra i due sistemi di riferimento è in questo caso

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_{0'}$$

La prima cosa che si nota è che tutti e tre i vettori $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{a}_{0'}$ hanno solo la componente x, il problema è quindi unidimensionale, $a_x = a_x' + a_{0'x}$. L'accelerazione del punto nel sistema non inerziale è

$$a_x = a_x' + a_{0'x}.$$

Il termine $a_{0'x}$ (accelerazione di trascinamento) è l'accelerazione del secondo sistema di riferimento rispetto a quello inerziale. Dall'equazione del moto fornita si vede che il moto è armonico, con accelerazione

$$a_{0'x} = \frac{d^2 x_{0'}}{dt^2} = -x_2 \omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \pi) = x_2 \omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$$

L'accelerazione di P nel sistema inerziale (accelerazione assoluta), $a_{x'}$, si ricava analogamente dall'equazione

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = -x_1 \omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$$

a) Possiamo quindi ricavare l'accelerazione relativa

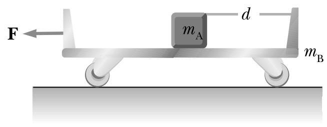
$$a_x' = a_x - a_{0'x} = -(x_1 + x_2)\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$$

b) L'equazione del moto del punto P visto nel sistema non inerziale si ricava dalla trasformazione delle coordinate $x = x' + x_0$:

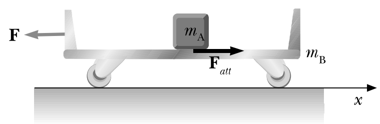
$$x'(t) = x(t) - x_{0'}(t) = (x_1 + x_2)\operatorname{sen}(\omega t)$$

Si tratta quindi di un moto armonico con ampiezza $(x_1 + x_2)$, pulsazione ω e in fase con il moto nel sistema inerziale $x(t)$.

Esercizio 3.7



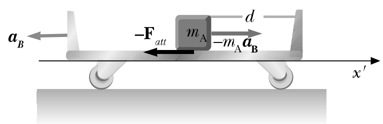
Un corpo puntiforme di massa $m_A = 2$ kg è posto su un carrello, che può scorrere su un piano orizzontale privo di attrito. Inizialmente il corpo è posto a una distanza $d = 1$ m dal bordo del carrello, la cui massa è $m_B = 8$ kg. Il coefficiente di attrito tra il corpo e il carrello è $\mu_d = 0.2$. Il carrello viene messo in moto tramite l'applicazione di una forza orizzontale $F = 30$ N e il corpo inizia a scivolare verso il fondo del carrello. Calcolare in quanto tempo il corpo arriva alla parete del carrello.



Il corpo di massa m_A si muove sul carrello che è un sistema di riferimento non inerziale in quanto è in moto uniformemente accelerato grazie all'applicazione della forza costante **F**. Calcoliamo inizialmente l'accelerazione $\boldsymbol{a_B}$ del carrello. Su di esso agiscono la forza esterna **F** e la forza di attrito $\mathbf{F}_{att}$ che il corpo esercita sul carrello, avente modulo $\mu_d m_A g$ e verso opposto a quello del moto del carrello.

Preso un asse di riferimento x solidale con il suolo e orientato secondo il disegno riportato accanto, proiettiamo su di esso la seconda equazione di Newton scritta per il carrello

$$\mu_d m_A g - F = m_B a_B \quad \longrightarrow \quad a_B = \mu_d \frac{m_A}{m_B} g - \frac{F}{m_B} = -3.26 \text{ m/s}^2$$



Il segno negativo indica ovviamente che il carrello accelera verso sinistra (direzione opposta all'asse delle x).

Nel sistema di riferimento solidale col carrello, oltre alla forza reale di attrito $-\mathbf{F}_{att}$, agisce sul corpo di massa m_A, come mostrato nella figura a fianco, anche la forza fittizia $-m_A \boldsymbol{a_B}$. Quest'ultima è diretta verso destra, mentre la forza di attrito agente sul corpo si opporrà a tale forza e sarà quindi diretta verso sinistra, opposta a quella che agisce sul carrello, coerentemente con il terzo principio della dinamica.

Dalla seconda equazione della dinamica scritta per il corpo nel sistema non inerziale del carrello e proiettata sull'asse x' solidale al carrello è possibile calcolare l'accelerazione relativa del corpo in tale sistema

$$-m_A a_B - \mu_d m_A g = m_A a'_A \quad \longrightarrow \quad a'_A = -(a_B + \mu_d g) = 1.3 \text{ m/s}$$

La massa m_A si muove quindi nel carrello verso destra (a'_A è positiva) di moto uniformemente accelerato di equazione $x' = \frac{1}{2} a'_A t^2$ ed impiega quindi un tempo

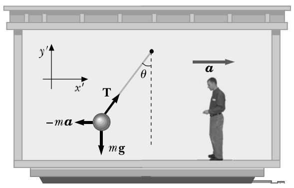
$$t^* = \sqrt{\frac{2d}{a'_A}} = 1.24 \text{ s}$$

per percorrere il tratto d (distanza dal bordo del carrello).

Esercizio 3.8

Un pendolo semplice ($l = 0.4$ m) è appeso ad un supporto che si muove orizzontalmente con accelerazione $a = 5$ m/s^2. Calcolare: a) l'angolo di equilibrio rispetto alla verticale e b) il periodo delle piccole oscillazioni rispetto alla posizione di equilibrio.

Il pendolo si trova in un sistema di riferimento non inerziale che si muove con accelerazione $\boldsymbol{a}$, supponiamo verso destra. In tale sistema, oltre alle forze reali (la forza peso **P** e la tensione del filo **T**) agisce sul pendolo anche la forza fittizia $-m\boldsymbol{a}$ che tende a spostare la massa m verso sinistra, e quindi a inclinare il filo, come riportato nella figura accanto.

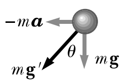


a) Se il pendolo è in quiete in tale sistema, la somma delle forze applicate su di esso deve essere nulla. Scriviamo la seconda equazione della dinamica proiettata sugli assi del sistema $x'y'$ solidale con il supporto (come riportato in figura) e otteniamo

$$\begin{cases} -ma + T\text{sen}\theta = 0 \\ -mg + T\cos\theta = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} T\text{sen}\theta = ma \\ T\cos\theta = mg \end{cases}$$

Facendo il rapporto membro a membro tra le due equazioni si può calcolare l'angolo della posizione di equilibrio rispetto alla verticale

$$\text{tg}\theta = \frac{a}{g} \longrightarrow \theta = \text{arctg}\left(\frac{a}{g}\right) = 27°$$



b) In assenza di accelerazione del supporto il pendolo oscillerebbe intorno alla sua posizione di equilibrio (verticale) con pulsazione $\omega = \sqrt{g/l}$, sotto l'azione della forza peso, ossia una forza costante, di modulo mg e orientata lungo la verticale, che costituisce quindi la direzione in cui il pendolo è in equilibrio.
Nel nostro caso, come si è visto in a), il pendolo è sottoposto, oltre alla forza reale $m\mathbf{g}$, a quella apparente $-m\boldsymbol{a}$. La risultante è ancora una forza costante, ma di modulo $m\sqrt{a^2 + g^2}$ e inclinata di θ rispetto alla verticale, direzione che costituisce la nuova direzione di equilibrio (vedere figura accanto).
La similitudine consente di affermare che il moto nel sistema accelerato sarà, per piccole oscillazioni rispetto alla nuova posizione di equilibrio, ancora un moto armonico semplice con pulsazione che si ottiene dalla pulsazione ω di cui sopra, semplicemente sostituendo $g' = \sqrt{a^2 + g^2}$ a g:

$$\omega' = \sqrt{\frac{g'}{l}} \longrightarrow T' = \frac{2\pi}{\omega'} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 1.2 \text{ s}$$

Esercizio 3.9

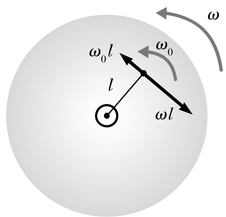
Una piattaforma ruota con velocità angolare costante $\omega = 10$ rad/s; si consideri un sistema di riferimento solidale ad essa con origine nel centro (dove passa l'asse di rotazione) e un altro, con la stessa origine, solidale al suolo. Un punto materiale è legato tramite un filo lungo $l = 1.5$ m all'origine e ruota con velocità angolare $\omega_0 = 2$ rad/s rispetto al suolo. Tra punto e piattaforma non c'è attrito. Calcolare: a) la velocità e b) l'accelerazione del punto viste dal sistema solidale con la piattaforma.

La piattaforma che ruota con velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ (verso uscente in figura) è un sistema non inerziale.

Indichiamo con $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{r}'$ i vettori posizione del punto rispetto al suolo (sistema inerziale fisso) e alla piattaforma. Avendo i due sistemi di riferimento la stessa origine, i due vettori coincidono ed hanno modulo $r = r' = l$.

a) Per calcolare la velocità del punto rispetto alla piattaforma utilizziamo il teorema delle velocità relative. Le velocità del punto viste dai due sistemi di riferimento sono

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}' \quad \longrightarrow \quad \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}'$$



Nell'ultimo passaggio si è considerato che il punto materiale ruota con velocità angolare $\boldsymbol{\omega}_0$ (verso uscente in figura) rispetto al suolo e quindi ha una velocità assoluta $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r}$.

Come mostrato nella figura a lato (non in scala) i due vettori che compongono $\boldsymbol{v}'$, ossia $\boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r}$ e $-\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}'$ hanno stessa direzione (tangente alla circonferenza di raggio l), verso opposto (dalla regola della mano destra del prodotto vettoriale) e moduli $\omega_0 l$ e ωl rispettivamente.

La loro risultante ($\boldsymbol{v}'$) ha quindi stessa direzione, verso del maggiore dei due in modulo ($-\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}'$) e modulo pari alla differenza dei due moduli:

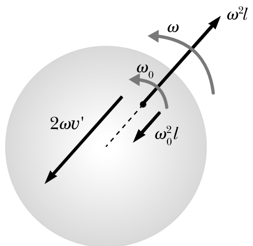
$$v' = \omega l - \omega_0 l = (\omega - \omega_0) l = 12 \text{ m/s}$$

b) Per calcolare l'accelerazione del punto rispetto alla piattaforma rotante ricorriamo al teorema delle accelerazioni relative. Le accelerazioni del punto viste dai due sistemi di riferimento sono legate dalla relazione

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}') + 2\, \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}' \quad \longrightarrow \quad \boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}') - 2\, \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}'$$

L'accelerazione assoluta del punto rispetto al suolo è $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r})$, ossia l'accelerazione centripeta associata al moto circolare uniforme. Perciò:

$$\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}') - 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}'$$



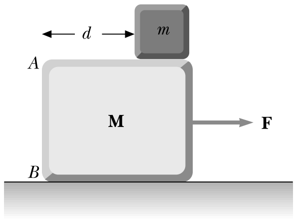
Analizziamo (figura a lato, non in scala) i tre vettori che compongono $\boldsymbol{a}'$. Tutti e tre sono diretti radialmente (risolvendo i prodotti vettoriali secondo la regola della mano destra), il primo come detto in verso centripeto e di modulo $\omega_0^2 l = 6 \text{ m/s}^2$, il secondo, identico come formula analitica ma con segno, e verso, opposto, quindi centrifugo e di modulo $\omega^2 l = 150 \text{ m/s}^2$ e il terzo (l'accelerazione di Coriolis) ancora centripeto e di modulo $2\omega v' = 2\omega(\omega - \omega_0) l = 240 \text{ m/s}^2$.

La loro risultante ($\boldsymbol{a}'$) ha quindi stessa direzione (radiale), verso centripeto e modulo

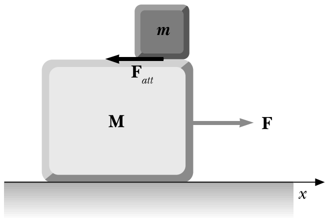
$$a' = \omega_0^2 l + 2\omega(\omega - \omega_0) l - \omega^2 l = (\omega_0^2 + 2\omega^2 - 2\omega_0\omega - \omega^2) l = (\omega_0^2 + \omega^2 - 2\omega_0\omega) l = (\omega_0 - \omega)^2 l = 96 \text{ m/s}^2$$

NOTA: I risultati ottenuti, sia in a) che in b) sono intuitivi: di fatto il punto ha un moto di rotazione rispetto alla piattaforma, con velocità angolare costante e pari a $\omega_0 - \omega$. Le formule ottenute infatti corrispondono a velocità e accelerazione propri di tale moto.

Esercizio 3.10



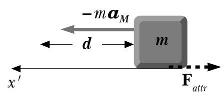
Sopra un piano orizzontale è poggiato un cubo di massa $M = 50$ kg che può scorrere senza attrito sul piano. Sopra il cubo è poggiato un altro cubetto di massa $m = 10$ kg a distanza $d = 50$ cm dalla faccia AB del cubo più grande. All'istante iniziale, quando tutto è fermo, al cubo è applicata una forza $F = 100$ N, orizzontale. Dopo $t = 2$ s il cubetto cade. Calcolare il coefficiente di attrito tra i due cubi.



Sul cubo di massa M agiscono la forza esterna $\mathbf{F}$ e la forza di attrito $\mathbf{F}_{att}$ con la massa m, come riportato nella figura accanto. Dalla seconda equazione di Newton scritta per il cubo di massa M e proiettata su un asse orizzontale x solidale al suolo e orientato verso destra otteniamo la sua accelerazione:

$$F - \mu_d mg = Ma_M \quad \longrightarrow \quad a_M = \frac{F}{M} - \mu_d \frac{m}{M} g$$

La massa m, a sua volta, trasla sul cubo. Volendo sfruttare la condizione sul tempo t fornito nel testo dell'esercizio, dobbiamo descrivere il moto di m rispetto al sistema di riferimento non inerziale solidale con M.



Le forze che agiscono sul cubetto sono quindi: i) la forza reale $\mathbf{F}_{att}$, che per il terzo principio della dinamica è opposta a quella applicata alla massa M, e ii) la forza fittizia $-m\boldsymbol{a}_M$ diretta come in figura accanto.

Dalla seconda equazione di Newton per il cubetto proiettata su un asse x' solidale al cubo e diretto verso sinistra (direzione del moto) è possibile calcolare l'accelerazione relativa a_r della massa m

$$ma_M - \mu_d mg = ma_r \quad \longrightarrow \quad a_r = a_M - \mu_d g = \frac{F}{M} - \mu_d g\left(\frac{m+M}{M}\right)$$

Essendo a_r è costante, il moto del cubetto rispetto al blocco è uniformemente accelerato. Di conseguenza

$$d = \frac{1}{2} a_t t^2 \quad \longrightarrow \quad a_r = \frac{2d}{t^2} = 0.25 \text{ m/s}^2$$

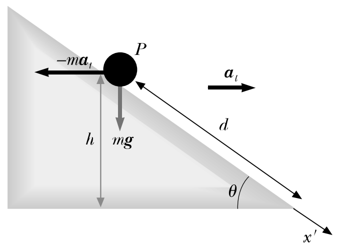
che, sostituita nell'equazione precedente, fornisce

$$\mu_d = \frac{F - Ma_r}{g(m+M)} = 0.15$$

Esercizio 3.11

Un corpo puntiforme P viene lasciato scivolare, da una altezza $h = 0.5$ m rispetto al suolo, su un piano inclinato liscio formante un angolo $\theta = 30°$ col piano orizzontale. Il piano inclinato si muove di moto rettilineo con accelerazione $a_t = 3$ m/s^2 su una piattaforma orizzontale, in verso tale da rallentare la discesa del corpo. Inizialmente P è fermo rispetto al piano inclinato. Calcolare: a) il tempo t_1 impiegato da P per raggiungere la base, b) la corrispondente velocità v_1. c) Si confrontino tali valori con quelli che si otterrebbero se il piano inclinato fosse fermo, t_0 e v_0. d) In quali condizioni il corpo, inizialmente fermo, resterebbe fermo?

Il corpo puntiforme P scivola sul piano inclinato e pertanto conviene trattare il suo moto in tale sistema di riferimento. In figura è rappresentata la dinamica di P nel sistema di riferimento non inerziale del piano inclinato che si muove di moto traslatorio con accelerazione di trascinamento $\boldsymbol{a}_t$. Questa deve essere diretta verso destra perché la forza apparente $-m\boldsymbol{a}_t$ sia diretta verso sinistra e rallenti la discesa del corpo come richiesto.



Scriviamo la seconda equazione della dinamica per il punto materiale P proiettata sull'asse x' parallelo al piano inclinato e solidale con esso

$$mg\,\mathrm{sen}\theta - ma_t\cos\theta = ma_r$$

Da tale equazione, si ricava l'accelerazione relativa con cui il punto P scivola sul piano inclinato

$$a_r = g\,\mathrm{sen}\theta - a_t\cos\theta = 2.3\ \mathrm{m/s^2}$$

Il moto del punto P lungo il piano inclinato è uniformemente accelerato, e quindi

$$x' = \frac{1}{2}a_r t^2$$

a) Quando il punto P ha raggiunto la base del piano inclinato ha percorso un tratto $d = \dfrac{h}{\mathrm{sen}(\theta)} = 1$ m, pertanto dall'equazione del moto impiega un tempo pari a

$$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a_r}} = 0.93\ \mathrm{s}$$

b) La velocità che raggiunge al tempo t_1 è $v_1 = a_r t_1 = 2.1$ m/s

c) Se il piano inclinato fosse fermo ($a_t = 0$), l'accelerazione con cui P scende sarebbe $a = g\,\mathrm{sen}\theta = 4.9$ m/s^2. Quindi il tempo per raggiungere la base diventerebbe $t_0 = \sqrt{\dfrac{2d}{a}} = 0.64$ s e la velocità raggiunta $v_0 = at_0 = 3.1$ m/s

d) Il corpo resterebbe fermo se la risultante delle forze applicate ad esso lungo il piano inclinato fosse nulla. Poiché la forza peso non può cambiare, deve essere differente la forza apparente, e quindi il valore dell'accelerazione di trascinamento, che indichiamo con a_t^*.

Dall'equazione della statica proiettata in x' possiamo scrivere

$$mg\text{sen}\theta - ma^*_t\cos\theta = 0$$

da cui è possibile ricavare con che accelerazione il piano inclinato deve muoversi per mantenere fermo il corpo

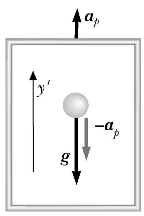
$$a^*_t = g\ \text{tg}\theta = 5.66\ \text{m/s}^2$$

che risulta ovviamente maggiore del valore dato nel testo, insufficiente a tenere fermo il corpo.

Esercizio 3.12

Una piattaforma sale verticalmente con accelerazione $a_p = 1.5$ m/s^2; alla piattaforma è appeso un corpo. Ad un certo istante si taglia il filo di collegamento. Un osservatore sulla piattaforma con che accelerazione vede cadere il corpo? E se invece la piattaforma accelerasse verso il basso?

Il sistema di riferimento solidale con la piattaforma è non inerziale perché uniformemente accelerato con un'accelerazione $\boldsymbol{a}_p$ verso l'alto. Quando si taglia il filo di collegamento, il corpo cade verticalmente con un'accelerazione assoluta $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ verso il basso.

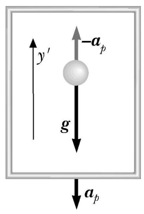


Dal teorema delle accelerazioni relative è possibile calcolare l'accelerazione del corpo vista nel sistema di riferimento della piattaforma

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_p \quad \longrightarrow \quad \boldsymbol{a}' = \boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_p$$

Proiettando questa equazione su un asse verticale y' solidale alla piattaforma e diretto verso l'alto otteniamo

$$a' = -g - a_p = -11.3\ \text{m/s}^2$$



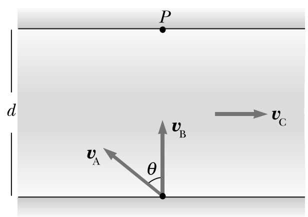
Rispetto alla piattaforma quindi il corpo cade verso il basso con accelerazione maggiore di g.

Se la piattaforma accelerasse con un'accelerazione $\boldsymbol{a}_\text{p}$ verso il basso, l'equazione precedente proiettata sull'asse y' diventerebbe

$$a' = -g + a_p = -8.3\ \text{m/s}^2$$

In tale sistema, ora, il corpo cadrebbe verso il basso con accelerazione minore di g.

Esercizio 3.13

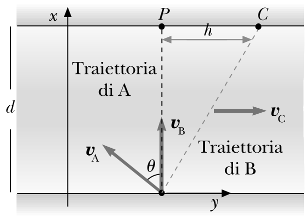


Due amici si trovano sulla riva di un fiume largo $d = 500$ m e vogliono raggiungere un punto P che si trova di fronte sull'altra riva. Il primo, A, decide di nuotare in una direzione inclinata di un angolo θ rispetto alla perpendicolare alla linea di sponda in modo che, per effetto della corrente, il suo moto risulti esattamente perpendicolare alla sponda stessa. Il secondo, B, decide di attraversare il fiume nuotando in direzione perpendicolare alla linea di sponda e poi raggiungere a piedi il punto voluto camminando sull'altra riva. Sapendo che la velocità dei due amici quando nuotano in acqua ferma è $v_A = v_B =$ 2.5 km/h, che l'uomo *B* cammina alla velocità $v_t = 4$ km/h, e che la velocità della corrente è $v_C = 1$ km/h, determinare: a) il valore dell'angolo θ e b) quale dei due amici impiega un tempo minore.

Possiamo individuare due sistemi di riferimento, rispettivamente solidali alla sponda (sistema di riferimento assoluto, fisso) e al fiume (sistema di riferimento relativo, in moto con velocità v_t).

Le velocità v_A e v_B fornite nel testo sono velocità relative (rispetto al fiume), quelle assolute si ricavano dal teorema delle velocità relative:

$$\boldsymbol{v}_{a,A} = \boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_C \qquad ; \qquad \boldsymbol{v}_{a,B} = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_C$$



Nel sistema di riferimento cartesiano (x,y) solidale con le sponde (vedi figura) le componenti delle velocità assolute dei due amici sono:

$$A\begin{cases} v_{a,A,x} = v_A\cos\theta \\ v_{a,A,y} = -v_A\text{sen}\theta + v_C \end{cases} \quad , \quad B\begin{cases} v_{a,B,x} = v_B \\ v_{a,B,y} = v_C \end{cases}$$

a) L'amico *A* vuole muoversi perpendicolarmente alla linea di sponda, ossia lungo l'asse delle *x*, per raggiungere il punto *P*, quindi, la componente lungo l'asse *y* della sua velocità assoluta deve essere nulla ($v_{a,A,y} = 0$)

$$-v_A sen\theta + v_C = 0 \quad \longrightarrow \quad \theta = \text{arcsen}\left(\frac{v_C}{v_A}\right) = 23.6°$$

b) Per capire chi arriva prima, calcoliamo separatamente i tempi impiegati dai due amici per raggiungere il punto *P*. Le equazioni del moto dell'amico *A* proiettate nel sistema di riferimento *xy* sono

$$\begin{cases} x_A = v_A t\cos\theta \\ y_A = 0 \end{cases}$$

Pertanto, *A* impienga un tempo $t_A = \dfrac{d}{v_A\cos\theta} = 13.1$ min per attraversare il fiume e raggiungere il punto *P*.

Le equazioni del moto dell'amico *B* proiettate nel sistema di riferimento *xy* sono invece

$$\begin{cases} x_B = v_B t \\ y_B = v_C t \end{cases}$$

Per raggiungere la sponda opposta ($x_B = d$) *B* impiega un tempo $t_B = \dfrac{d}{v_B} = 12$ min arrivando in un punto *C* spostato di un tratto $h = x_B(t_B) = v_C t_B = 200$ m rispetto al punto *P*.

Per raggiungere il punto *P* camminando impiega un ulteriore tempo pari a $t_B' = \dfrac{h}{v_t} = 3$ min.

Il tempo totale impiegato da *B* per arrivare in *P* è di 15 min, quindi il primo ad arrivare è *A*.

Meccanica e Termodinamica

Guida alla Soluzione degli Esercizi da

Mazzoldi, Nigro, Voci - Fisica
Mazzoldi, Nigro, Voci - Elementi di Fisica

Accedi ai **contenuti digitali** › **Espandi** le tue risorse › con un libro che **non pesa** e si **adatta** alle dimensioni del tuo **lettore**

All'interno del volume il **codice personale** e le istruzioni per accedere ai **contenuti digitali**.
L'accesso alle risorse digitali è **gratuito** ma limitato a **18 mesi dalla attivazione del servizio**.

EdiSES università

ISBN 978-88-3623-167-6
9 788836 231676