

Comprende versione

ebook



M. Zani • L. Duò • P. Taroni

# Esercizi di Fisica

## Meccanica e Termodinamica

F. Bottegoni  
G. Bussetti  
A. Calloni  
M. Cantoni  
D. Contini  
A. Picone





# Accedi ai contenuti digitali

**Espandi le tue risorse**  
un libro che **non pesa**  
e si **adatta** alle dimensioni  
del **tuoi lettore!**



Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edisesuniversita.it** e accedere alla **versione digitale** del testo e al **materiale didattico**.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie

Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.  
L'accesso al materiale didattico sarà consentito **per 18 mesi**.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edisesuniversita.it** e segui queste semplici istruzioni

## Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci e-mail e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

## Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito o autentificati tramite facebook
- attendi l'e-mail di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edisesuniversita.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*





Ulteriori materiali e strumenti didattici sono accessibili dalla propria **area riservata** secondo la procedura indicata nel frontespizio.

Dalla sezione **materiali e servizi** della tua area riservata potrai accedere a:

- **Ebook:** versione digitale del testo in formato epub, standard dinamico che organizza il flusso di testo in base al dispositivo sul quale viene visualizzato. Fruibile mediante l'applicazione gratuita Bookshelf, consente una visualizzazione ottimale su lettori e-reader, tablet, smartphone, iphone, desktop, Android, Apple e Kindle Fire.

L'accesso ai contenuti digitali sarà consentito per **18 mesi**

# ESERCIZI DI FISICA MECCANICA E TERMODINAMICA

---

---

Maurizio Zani • Lamberto Duò • Paola Taroni



Maurizio Zani, Lamberto Duò, Paola Taroni  
ESERCIZI DI FISICA - MECCANICA E TERMODINAMICA  
Copyright © 2021, EdiSES Edizioni S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0  
2025 2024 2023 2022 2021

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

*A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.*

L'Editore

*L'Editore ha effettuato quanto in suo potere per richiedere il permesso di riproduzione del materiale di cui non è titolare del copyright e resta comunque a disposizione di tutti gli eventuali aventi diritto*

*Fotocomposizione:* V colore di Francesco Omaggio

*Stampato presso*  
Vulcanica s.r.l. - Nola (NA)

*Per conto della*  
EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante, 89 – Napoli

[www.edisesuniversita.it](http://www.edisesuniversita.it)  
[assistenza.edises.it](mailto:assistenza.edises.it)

ISBN 978 88 3623 029 7

---

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e, nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi sulla piattaforma [assistenza.edises.it](http://assistenza.edises.it).

FEDERICO BOTTEGONI *Politecnico di Milano*

GIANLORENZO BUSSETTI *Politecnico di Milano*

ALBERTO CALLONI *Politecnico di Milano*

MATTEO CANTONI *Politecnico di Milano*

DAVIDE CONTINI *Politecnico di Milano*

ANDREA PICONE *Politecnico di Milano*

**COORDINAMENTO E REVISIONE A CURA DI:**

MAURIZIO ZANI *Politecnico di Milano*

LAMBERTO DUÒ *Politecnico di Milano*

PAOLA TARONI *Politecnico di Milano*



**A**bbiamo sempre pensato che la prefazione di un testo debba essere concisa e diretta, per cui partiamo subito da un punto che riteniamo importante: tutti gli esercizi che vengono presentati in questo testo sono svolti, semplicemente per non lasciare il lettore in balia di ipotesi risolutive senza un riscontro finale dei suoi ragionamenti e tentativi.

Il testo segue un ordine tematico con relativa suddivisione in capitoli che riprende quello del testo di teoria, così da darne una diretta utilità nell'uso combinato. Partendo quindi dallo studio delle grandezze fisiche e delle relative unità di misura, si passa a descrivere i vari aspetti della meccanica del punto materiale, per poi continuare con la meccanica dei sistemi di punti e quindi con il corpo rigido e la gravitazione universale. Gli esercizi proposti proseguono nell'ambito della meccanica dei fluidi, dei fenomeni ondulatori e della meccanica relativistica speciale, per poi affrontare i principi della termodinamica, lo studio del gas ideale e la teoria cinetica dei gas.

Gli esercizi sono svolti in forma analitica e solo nell'ultimo passaggio, che porta al risultato finale, vengono sostituiti i valori numerici dei parametri in gioco, così da avere un'idea chiara di come il risultato dipenda da questi ultimi. Non cadete però nell'errore di pensare di aver compreso l'esercizio e la fisica sottostante semplicemente perché avete visto la risoluzione e sapete riprodurla... Dovete invece capire quale sia l'ambito di validità delle relazioni che vengono presentate, così che possiate poi applicarle anche ad altri contesti.

*“La fisica non è la matematica.”*

Facciamo quindi nostra una delle tante frasi attribuite ad Albert Einstein: “*Non inseguo mai nulla ai miei allievi. Cocco solo di metterli in condizione di poter imparare*”. Questo sposta l'onore dell'impegno su di voi! Dovete pensare a questo testo di esercizi come a un'opportunità di ragionamento sulle tematiche proposte e non ad un ricettario di risoluzioni standard cui attingere in caso di necessità. Ancor meno l'eserciziario va pensato come il bigno del libro di teoria; volutamente non abbiamo inserito all'inizio di ogni capitolo un richiamo alla teoria, così da non dar adito all'idea che l'eserciziario possa essere esaustivo e non richieda di aver compreso le basi che sottostanno all'argomento.

*“Gli argomenti trattati si studiano sui libri.”*

Infine, dopo avervi proposto quale sia il contesto nel quale ci stiamo muovendo e quali siano le opportunità e i requisiti che questo testo offre, giova ricordare che il motore che può far fruttificare il vostro impegno sta nella passione che metterete e con la quale affronterete lo studio; concludiamo allora con la terza e ultima nota relativamente a come (per noi) si studia la Fisica:

*“Non c'è scritto da nessuna parte che la Fisica sia noiosa.”*

Lasciatevi stupire dai fenomeni che vi circondano, *enjoy with Physics!*

I coordinatori

*Maurizio Zani, Lamberto Duò, Paola Taroni*



CAPITOLO 1	
<b>Grandezze fisiche e misure</b>	1
CAPITOLO 2	
<b>Vettori</b>	15
CAPITOLO 3	
<b>Moto in una dimensione</b>	27
CAPITOLO 4	
<b>Moto in più dimensioni</b>	43
CAPITOLO 5	
<b>Dinamica del punto</b>	61
CAPITOLO 6	
<b>Applicazioni dei principi della dinamica</b>	71
CAPITOLO 7	
<b>Moti oscillatori</b>	85
CAPITOLO 8	
<b>Lavoro e energia</b>	97
CAPITOLO 9	
<b>Moti relativi</b>	133
CAPITOLO 10	
<b>Dinamica dei sistemi di particelle</b>	163
CAPITOLO 11	
<b>Meccanica dell'urto</b>	193
CAPITOLO 12	
<b>Corpo rigido</b>	223

## INDICE GENERALE

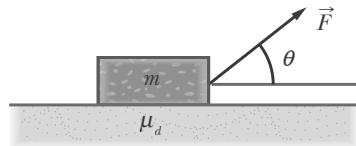
---

CAPITOLO 13	
<b>Gravitazione universale</b>	247
CAPITOLO 14	
<b>Meccanica dei fluidi</b>	267
CAPITOLO 15	
<b>Fenomeni ondulatori</b>	281
CAPITOLO 16	
<b>Relatività</b>	291
CAPITOLO 17	
<b>Sistemi termodinamici</b>	315
CAPITOLO 18	
<b>Primo principio della termodinamica</b>	333
CAPITOLO 19	
<b>Gas ideale</b>	341
CAPITOLO 20	
<b>Cicli termodinamici</b>	367
CAPITOLO 21	
<b>Secondo principio e terzo principio della termodinamica</b>	385
CAPITOLO 22	
<b>Teoria cinetica dei gas</b>	407

## APPLICAZIONI DEI PRINCIPI DELLA DINAMICA

### ESERCIZIO 6.1

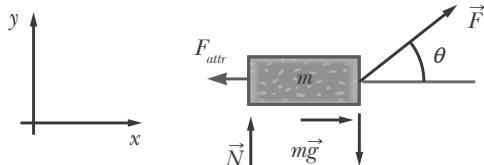
Una cassa legno di massa  $m = 30 \text{ kg}$  viene legata a una corda e trascinata con una forza costante  $\vec{F}$  che forma un angolo  $\theta$  con la direzione del moto. Il moto si svolge su un piano scabro con coefficiente d'attrito dinamico  $\mu_d = 0.3$ . Calcolare il valore dell'angolo  $\theta$  che minimizza il modulo della forza necessaria affinché la cassa si muova di moto rettilineo uniforme.



#### Soluzione

La cassa si muove di moto rettilineo uniforme ( $a = 0$ ) se la risultante delle forze agenti su di essa è nulla

$$\vec{F}_{attr} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0$$



Proiettando tale equazione vettoriale lungo i due assi ortogonali  $x$  e  $y$  tracciati in figura si ottiene:

$$\begin{cases} F \cos \theta - N \mu_d = 0 & \text{asse } x \\ F \sin \theta + N - mg = 0 & \text{asse } y \end{cases}$$

Dalla coppia di equazioni precedente si può ricavare, in funzione dell'angolo  $\theta$ , il modulo della forza  $F$  necessario affinché la cassa si muova di moto rettilineo uniforme

$$F = \frac{mg}{\left( \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\mu_d} \right)}$$

Eguagliando a zero la derivata di  $F$  rispetto a  $\theta$ , troviamo l'angolo per il quale si ha un estremo di  $F$

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\theta} &= 0 \\ -mg \left( \frac{\cos \theta - \frac{\sin \theta}{\mu_d}}{\left( \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\mu_d} \right)^2} \right) &= 0 \end{aligned}$$

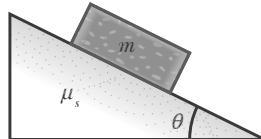
Da cui si può ricavare

$$\theta = \tan^{-1} \mu_d = 16.7^\circ$$

Si verifica tramite lo studio della derivata seconda che tale estremante corrisponde a un minimo di  $F$ .

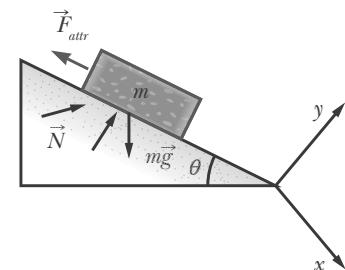
**ESERCIZIO 6.2**

Un baule di massa pari a  $m = 15 \text{ kg}$  rimane in equilibrio su un piano scabro purché l'angolo d'inclinazione non superi il valore  $\theta = 20^\circ$ . Determinare il coefficiente d'attrito statico  $\mu_s$  del piano. Determinare poi tutte le forze (modulo, direzione e verso) agenti sul baule nel caso in cui il piano sia inclinato di  $10^\circ$ .

**Soluzione**

Il baule rimane in equilibrio solo se la risultante delle forze agenti su di esso è nulla. Prendendo un sistema di riferimento il cui asse  $x$  è diretto come il piano di appoggio e l'asse  $y$  in direzione ortogonale, l'equilibrio delle forze per un angolo generico  $\theta$  si traduce nella coppia di equazioni:

$$\begin{cases} mg \sin \theta - F_{attr} = 0 & \text{asse } x \\ N - mg \cos \theta = 0 & \text{asse } y \end{cases}$$



dove  $N$  è la reazione all'appoggio fornita dal piano inclinato. Dalla prima equazione si può apprezzare come al crescere dell'angolo di inclinazione  $\theta$  aumenti il valore di  $F_{attr}$  necessario per mantenere la massa in equilibrio. Quando l'angolo di inclinazione raggiunge il valore  $\theta_{crit} = 20^\circ$  la forza di attrito statico raggiunge il suo valore massimo

$$F_{attr}(\theta_{crit}) = F_{attr\ max} = \mu_s N = mg \cos \theta_{crit}$$

Inserendo tale espressione nell'equazione di equilibrio lungo l'asse  $x$  si ricava

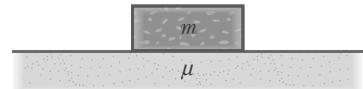
$$\tan \theta_{crit} = \mu_s = 0.36$$

Se il piano è inclinato di  $10^\circ$  le forze agenti sono in direzione e verso uguali a quelle del caso precedente. Cambia solamente il modulo della forza di attrito, che sarà uguale a

$$F_{attr} = mg \sin \theta$$

**ESERCIZIO 6.3**

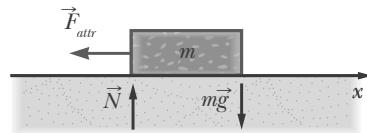
Due automobili identiche ( $m = 1000 \text{ kg}$ ) stanno procedendo di moto rettilineo uniforme con velocità pari a  $100 \text{ km/h}$  su una pista di collaudo. A un certo istante si para davanti un ostacolo e i due piloti iniziano a frenare. Il pilota dell'automobile 1 frena senza bloccare le ruote; il pilota dell'automobile 2 frena, ma blocca subito le ruote. Sapendo che i coefficienti d'attrito statico e dinamico tra pneumatico e asfalto sono rispettivamente pari a  $\mu_s = 0.9$  e  $\mu_d = 0.6$ , calcolare lo spazio d'arresto delle due automobili.



**Soluzione**

A partire dall'istante nel quale cominciano a frenare, entrambe le automobili decelerano uniformemente. Le equazioni del moto che descrivono la frenata sono date da:

$$\begin{cases} ma_1 = -mg\mu_s \\ ma_2 = -mg\mu_d \end{cases}$$



le quali integrate forniscono le leggi orarie e le velocità delle due automobili

$$\begin{cases} x = v_0 t + 1/2 at^2 \\ v_0 = v_0 + at \end{cases}$$

con  $a = a_1$  oppure  $a = a_2$ , mentre per entrambe la velocità iniziale  $v_0$  è la medesima.

La distanza percorsa prima dell'arresto si può ottenere trovando il tempo  $t$  impiegato dalle due macchine per raggiungere  $v = 0$  e inserendolo nella corrispondente legge oraria.

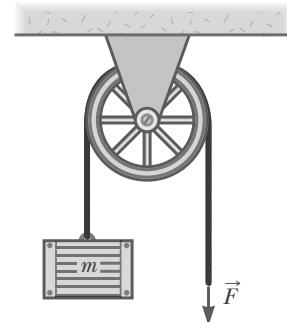
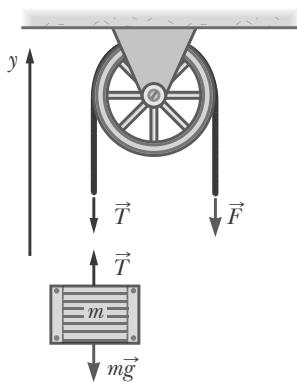
$$t = -v_0/a$$

$$d = -\frac{v_0^2}{2a}$$

che fornisce per le due automobili i valori  $d_1 = 43.7$  m e  $d_2 = 65.6$  m

**ESERCIZIO 6.4**

Si vuole sollevare una cassa di legno di massa  $m = 50$  kg con il dispositivo in figura (macchina di Atwood) facendole compiere un moto rettilineo uniforme. Quanto vale la forza  $F$  che bisogna applicare all'estremo della corda?

**Soluzione**

Considerando la fune di massa trascurabile, la tensione è uniforme ovunque. Affinché il corpo posto ad una estremità si muova di moto rettilineo uniforme la risultante delle forze agenti su di esso deve essere nulla.

L'equazione di equilibrio proiettata lungo l'asse  $y$  per la massa  $m$  è

$$T - mg = 0$$

Essendo trascurabili le masse della corda e della carrucola, all'altro estremo la forza applicata  $F$  deve bilanciare la tensione

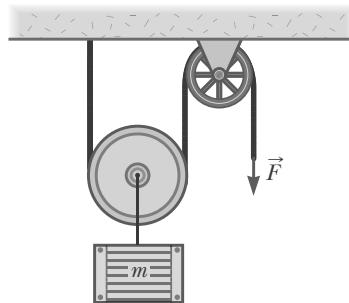
$$T - F = 0$$

Quindi

$$F = mg = 490.5 \text{ N}$$

### ESERCIZIO 6.5

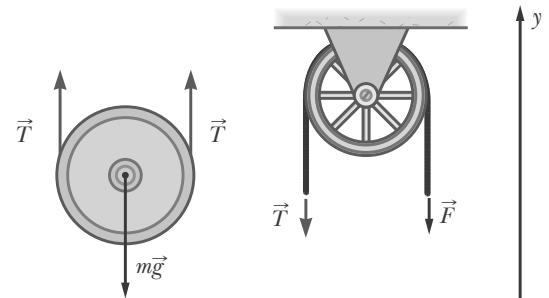
Si vuole sollevare una cassa di legno di massa  $m = 50 \text{ kg}$  con il sistema di carrucole in figura (paranco). Quanto vale la forza  $F$  che bisogna applicare all'estremo libero della corda?



#### Soluzione

Le forze agenti sul sistema sono indicate in figura, nell'ipotesi che le due carrucole e la fune abbiano massa trascurabile. La massa  $m$  può essere sollevata a velocità costante se la risultante delle forze agenti sulla carrucola libera di traslare è zero

$$2T - mg = 0$$



Poiché la stessa fune scorre lungo le due carrucole, la tensione  $T$  è la stessa ovunque e deve anche eguagliare la forza  $F$  applicata all'estremo libero.

$$F = T$$

quindi possiamo trovare il valore di  $F$

$$F = \frac{mg}{2} = 245 \text{ N}$$

Si noti come la forza necessaria per sollevare la massa sia la metà di quella trovata nell'esercizio 6.4.

**ESERCIZIO 6.6**

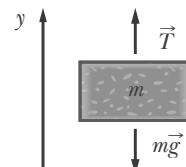
Una cassa di massa  $m = 30 \text{ kg}$  viene calata dall'alto da un'altezza  $10 \text{ m}$  tramite una fune. Calcolare il modulo della tensione della fune nei seguenti casi.

- La cassa viene calata con velocità costante.
- La cassa viene calata con un moto uniformemente decelerato con decelerazione pari a  $2 \text{ m/s}^2$ .
- La fune viene lasciata libera di scorrere.

**Soluzione**

La cassa è soggetta alla forza peso e alla tensione della fune, dunque la seconda legge di Newton proiettata lungo l'asse verticale diretto verso l'alto è

$$T - mg = ma$$



- Se la velocità è costante ( $a = 0$ ) allora

$$T - mg = 294.3 \text{ N}$$

- Nel caso di moto uniformemente decelerato ( $a = -2 \text{ m/s}$ ) la tensione vale

$$T - m(a + g) = 234.3 \text{ N}$$

- Se la cassa viene lasciata in caduta libera la sua accelerazione sarà  $a = -g$ , dunque

$$T = 0 \text{ N}$$

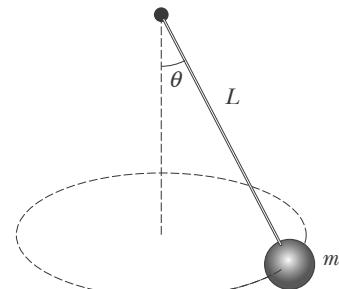
**ESERCIZIO 6.7**

Si consideri una massa  $m$  sospesa a un filo di lunghezza  $L$  e la si faccia ruotare lungo una circonferenza (si veda figura). Sia  $\theta$  l'angolo formato dal filo rispetto alla verticale. Determinare l'espressione dell'accelerazione di gravità  $g$  in funzione del periodo  $P$  di rivoluzione del pendolo e dell'angolo  $\theta$ .

**Soluzione**

Prendiamo come sistema di riferimento un asse fisso  $y$ , diretto come la verticale, e un asse individuato dal versore  $\vec{u}_n$ , perpendicolare alla traiettoria e all'asse  $y$ .

La massa  $m$  non si muove lungo la verticale, quindi la forza peso deve essere bilanciata dalla proiezione lungo  $y$  della tensione



$$T \cos \theta - mg = 0$$

La massa compie un moto circolare uniforme di raggio  $L \sin \theta$  nel piano orizzontale. L'equazione del moto proiettata lungo la direzione individuata da  $\vec{u}_n$ , coincidente con il raggio della circonferenza tratteggiata in figura, è

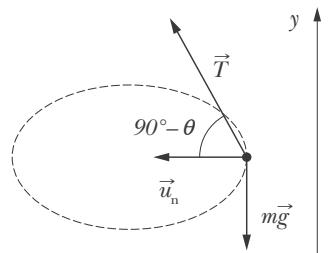
$$mv^2/L \sin \theta = T \sin \theta$$

possiamo riscrivere la relazione precedente in funzione del periodo di rivoluzione  $P$  ricordando che  $P = 2\pi L \operatorname{sen}\theta/v$

$$\frac{m4\pi^2 L}{P^2} = T$$

A questo punto è possibile sostituire a  $T$  la sua espressione in funzione di  $g$  e trovare

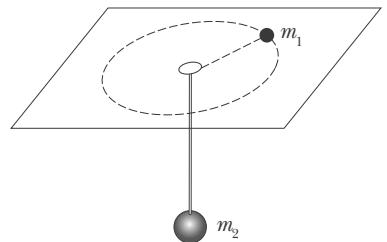
$$g = \frac{4\pi^2 L}{P^2} \cos\theta$$



### ESERCIZIO 6.8

Una massa puntiforme  $m_1$  può muoversi su un tavolo (si veda figura). Essa è legata con una seconda massa  $m_2$  mediante un filo di lunghezza  $L$  che passa attraverso un foro praticato sul tavolo. Determinare:

- la distanza  $h$  della massa  $m_2$  dal tavolo affinché la massa  $m_1$  descriva una circonferenza con velocità angolare  $\omega$  nota;
- le forze che agiscono su  $m_1$  durante il moto;
- cosa succede a  $m_1$  se viene tagliato il filo.

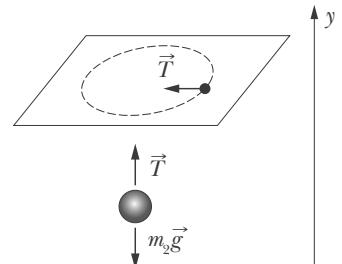


#### Soluzione

- La massa  $m_1$  compie un moto circolare uniforme di raggio  $(L-h)$  e velocità angolare  $\omega$ .

L'equazione che descrive il moto, proiettata lungo la direzione normale alla traiettoria, è:

$$m_1\omega^2(L-h) = T$$



La massa  $m_2$  è invece ferma, quindi la risultante delle forze agenti su di essa è nulla. L'equazione di equilibrio proiettata lungo la direzione  $y$  è:

$$T - m_2g = 0$$

Eliminando la tensione dalle due equazioni precedenti si ottiene

$$h = L - \frac{m_2g}{m_1\omega^2}$$

- Le forze che agiscono su  $m_1$  durante il moto sono la tensione della fune  $\vec{T}$ , la forza peso  $m_1\vec{g}$  e la reazione vincolare del tavolo  $\vec{N}$ .  $\vec{T}$  è diretta sempre lungo il raggio della circonferenza descritta, mentre  $\vec{N}$  e  $m_1\vec{g}$  sono perpendicolari al tavolo, verso opposto e stessa intensità.
- Se la fune viene tagliata improvvisamente la massa  $m_1$  non è soggetta a forze agenti sul piano del tavolo. Percorrerà quindi una traiettoria rettilinea a velocità costante, con velocità uguale in modulo, direzione e verso a quella posseduta un istante prima del taglio della fune.

**ESERCIZIO 6.9**

Un'automobile sta procedendo lungo un circuito rettilineo, e a un certo punto incontra una curva avente raggio di curvatura  $R = 100$  m. Sapendo che il coefficiente d'attrito statico vale 0.9, calcolare la velocità massima alla quale il conducente può affrontare la curva senza perdere aderenza.

**Soluzione**

Il vettore velocità dell'automobile che percorre la curva è costante in modulo, ma variabile in direzione; l'accelerazione avrà quindi la sola componente perpendicolare alla traiettoria.

La forza centripeta che rende possibile la curva è la forza di attrito statico che si sviluppa tra le ruote e l'asfalto. Il modulo di tale forza al massimo può essere

$$F_{attr\ max} = N\mu_s$$

dove in questo caso

$$N = mg$$

La velocità massima con la quale la macchina può affrontare la curva senza che le ruote striscino sull'asfalto si ottiene scrivendo l'equazione del moto proiettata lungo la direzione normale alla traiettoria circolare

$$\frac{mv_{max}^2}{R} = F_{attr\ max} = mg\mu_s$$

da cui possiamo ricavare  $v_{max} = 107$  km/h.

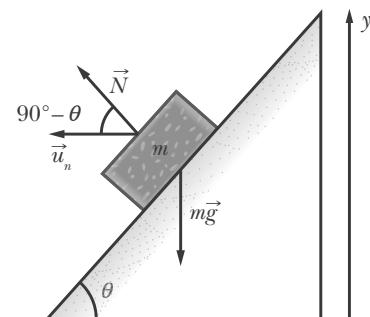
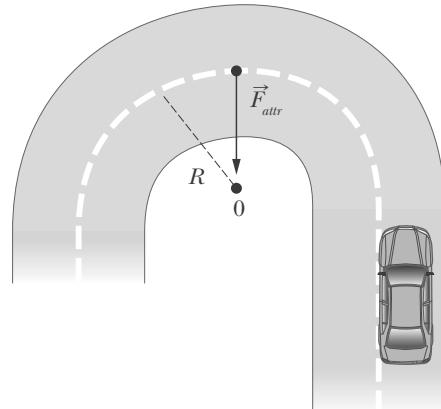
**ESERCIZIO 6.10**

Un'automobile sta procedendo lungo un rettilineo e a un certo punto incontra una curva parabolica tutta ghiacciata (attrito radente nullo) avente raggio di curvatura  $R = 100$  m e angolo d'inclinazione della strada di  $10^\circ$  rispetto all'orizzontale. Calcolare a quale velocità il conducente deve portare la sua vettura affinché riesca a percorrere la curva senza perdere aderenza. Se la curva non fosse parabolica la macchina potrebbe affrontarla senza perdere aderenza? Giustificare la risposta.

**Soluzione**

Un sistema di riferimento conveniente per descrivere il moto è quello rappresentato in figura, in cui  $y$  è un asse fisso diretto come la verticale, mentre il versore  $\vec{u}_n$  individua la direzione perpendicolare al moto e all'asse  $y$ .

L'automobile descrive una traiettoria circolare di raggio  $R$  grazie alla forza centripeta fornita dalla reazione vincolare del terreno  $\vec{N}$ . L'equazione del moto proiettata lungo la



normale alla traiettoria si scrive

$$\frac{mv^2}{R} = N \sin\theta$$

La macchina non si muove lungo la direzione verticale, quindi la risultante delle forze lungo questa direzione deve essere nulla

$$N \cos\theta - mg = 0$$

Da cui possiamo ricavare  $N$  e sostituirlo nell'equazione precedente, trovando la velocità

$$v = \sqrt{g \tan\theta R} = 47 \text{ km/h}$$

Nel caso in cui la curva non fosse parabolica l'automobile non potrebbe curvare poiché non ci sarebbe nessuna forza centripeta per mantenerla lungo la traiettoria circolare.

### ESERCIZIO 6.11

Un'automobile sta procedendo lungo un rettilineo e a un certo punto incontra una curva parabolica ( $\mu_s = 0.9$ ) avente raggio di curvatura  $R = 100 \text{ m}$  e angolo d'inclinazione della strada  $\theta = 10^\circ$  rispetto all'orizzontale. Calcolare qual è l'intervallo di velocità che permette al conducente di affrontare la curva senza perdere aderenza.

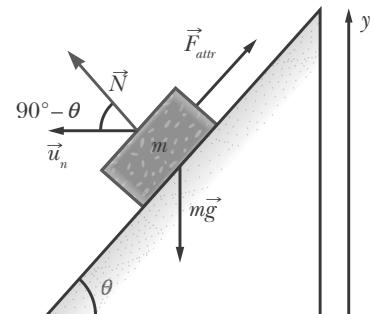
#### Soluzione

Sulla macchina agiscono la forza peso, la forza di attrito statico e la reazione vincolare.

Generalmente la macchina riuscirà a mantenere la traiettoria circolare di raggio  $R$  se e solo se la sua velocità si trova all'interno di un determinato intervallo.

La velocità minima si ottiene considerando che la forza di attrito statico sia rivolta lungo il piano di appoggio verso l'alto come in figura e abbia modulo massimo

$$\vec{F}_{attr\ max} = N\mu_s$$



Possiamo dunque scrivere, come fatto per l'esercizio 10, le equazioni che esprimono l'equilibrio lungo l'asse verticale e il moto circolare uniforme di raggio  $R$

$$\frac{mv_{min}^2}{R} = N \sin\theta - N\mu_s \cos\theta$$

$$N \cos\theta - mg + N\mu_s \sin\theta = 0$$

Eliminando  $N$  possiamo ricavare l'espressione della velocità minima in funzione dei parametri del problema

$$v_{min} = \sqrt{\frac{Rg(\sin\theta - \mu_s \cos\theta)}{(\sin\theta + \mu_s \cos\theta)}}$$

In questo caso, l'espressione sotto radice è negativa, quindi non esiste un limite inferiore per la velocità.

Possiamo cercare la velocità massima considerando la forza di attrito di modulo massimo ma diretta in verso opposto rispetto al caso precedente

$$\frac{mv_{max}^2}{R} = N \sin\theta + N\mu_s \cos\theta$$

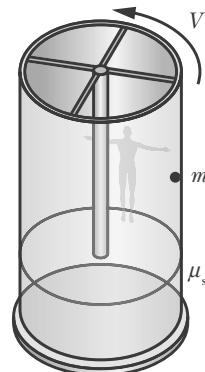
$$N \cos\theta - mg - N\mu_s \sin\theta = 0$$

Che forniscono per la velocità massima

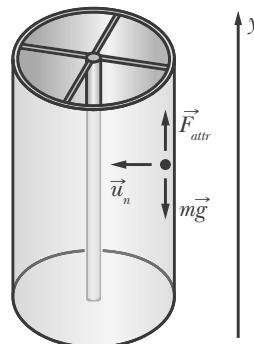
$$v_{max} = \sqrt{\frac{Rg(\sin\theta + \mu_s \cos\theta)}{(\cos\theta - \mu_s \sin\theta)}} = 127 \text{ km/h}$$

### ESERCIZIO 6.12

Al luna park di Sydney è presente un'attrazione denominata *rotore* costituita da un ambiente cilindrico di raggio  $R = 2.5 \text{ m}$  che ruota attorno a un asse verticale. Le persone vengono invitate ad appoggiarsi alla parete, dopodiché il cilindro inizia a girare. La velocità di rotazione aumenta gradualmente fino a raggiungere  $v = 33 \text{ giri/minuto}$ . A questo punto viene abbassato il pavimento e le persone rimangono comunque appoggiate alla parete. Calcolare il minimo valore del coefficiente d'attrito statico tra persona e parete verticale affinché le persone non cadano una volta abbassato il pavimento.



#### Soluzione



Una massa  $m$  posta all'interno della giostra si muove di moto circolare uniforme lungo una traiettoria che si trova su un piano perpendicolare alla verticale.

Una volta abbassato il pavimento, la persona rimane ad una quota fissa senza scivolare in basso solo se la risultante delle forze proiettata lungo l'asse  $y$  è uguale a zero

$$\vec{F}_{attr} - mg = 0$$

La forza centripeta che permette il moto circolare uniforme è data dalla reazione all'appoggio  $N$ , la quale è legata alla frequenza di rotazione dalla seconda equazione della dinamica

$$\frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R = m4\pi^2 v^2 R = N$$

Fissata la frequenza di rotazione, risulta fissato anche il valore di  $N$ . Ricordando che la forza di attrito massima vale

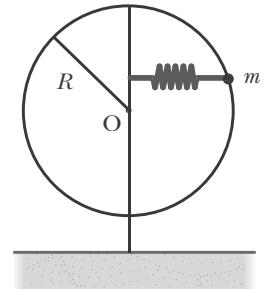
$$F_{attr\ max} = N\mu_s = m4\pi^2 v^2 R\mu_s$$

Per trovare il valore minimo di  $\mu_s$  possiamo imporre  $mg = m4\pi^2 v^2 R\mu_s$ , che fornisce

$$mg = \mu_s = \frac{g}{m4\pi^2 v^2 R} = 0.3$$

### ESERCIZIO 6.13

Un anello puntiforme di massa  $m = 100$  g è vincolato ad una guida circolare liscia di raggio  $R = 1$  m posta in un piano verticale ed è sollecitata da una forza elastica orizzontale che la attrae verso il diametro verticale. La costante elastica della molla vale  $k = 20$  N/m e la sua lunghezza a riposo è trascurabile. Determinare le posizioni di equilibrio.



#### Soluzione

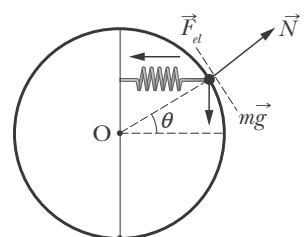
Affinché il sistema sia in equilibrio, la risultante delle forze agenti sull'anello deve essere nulla

$$\vec{N} + mg\vec{i} + \vec{F}_{el} = 0$$

dove  $\vec{N}$  è la reazione vincolare della guida, diretta come il suo raggio, mentre  $\vec{F}_{el}$  è la forza dovuta alla molla, sempre orizzontale.

Per ottenere gli angoli di equilibrio imponiamo l'annullamento della risultante delle forze proiettata lungo la tangente alla guida circolare.

$$kR \cos \theta \sin \theta - mg \cos \theta = 0$$



Nell'ipotesi di considerare nulla la lunghezza a riposo della molla,  $R \cos \theta$  rappresenta l'allungamento della molla, come deducibile dalla figura.

Tale equazione è identicamente soddisfatta per  $\theta = 90^\circ$  (posizione verticale alta) e  $\theta = 270^\circ$  (posizione verticale bassa). Inoltre, l'equazione di equilibrio è soddisfatta anche per

$$\sin \theta = \frac{mg}{kR}$$

che fornisce i due angoli  $\theta = 2.8^\circ$  e  $\theta = 177.2^\circ$



M. Zani • L. Duò • P. Taroni

# Esercizi di Fisica

## Meccanica e Termodinamica

Accedi ai contenuti digitali ➤ Espandi le tue risorse ➤ con un libro che **non pesa** e si **adatta** alle dimensioni del tuo **lettore**



All'interno del volume il **codice personale** e le istruzioni per accedere ai **contenuti digitali**.  
L'accesso alle risorse digitali è **gratuito** ma limitato a **18 mesi dalla attivazione del servizio**.



€ 24,00

