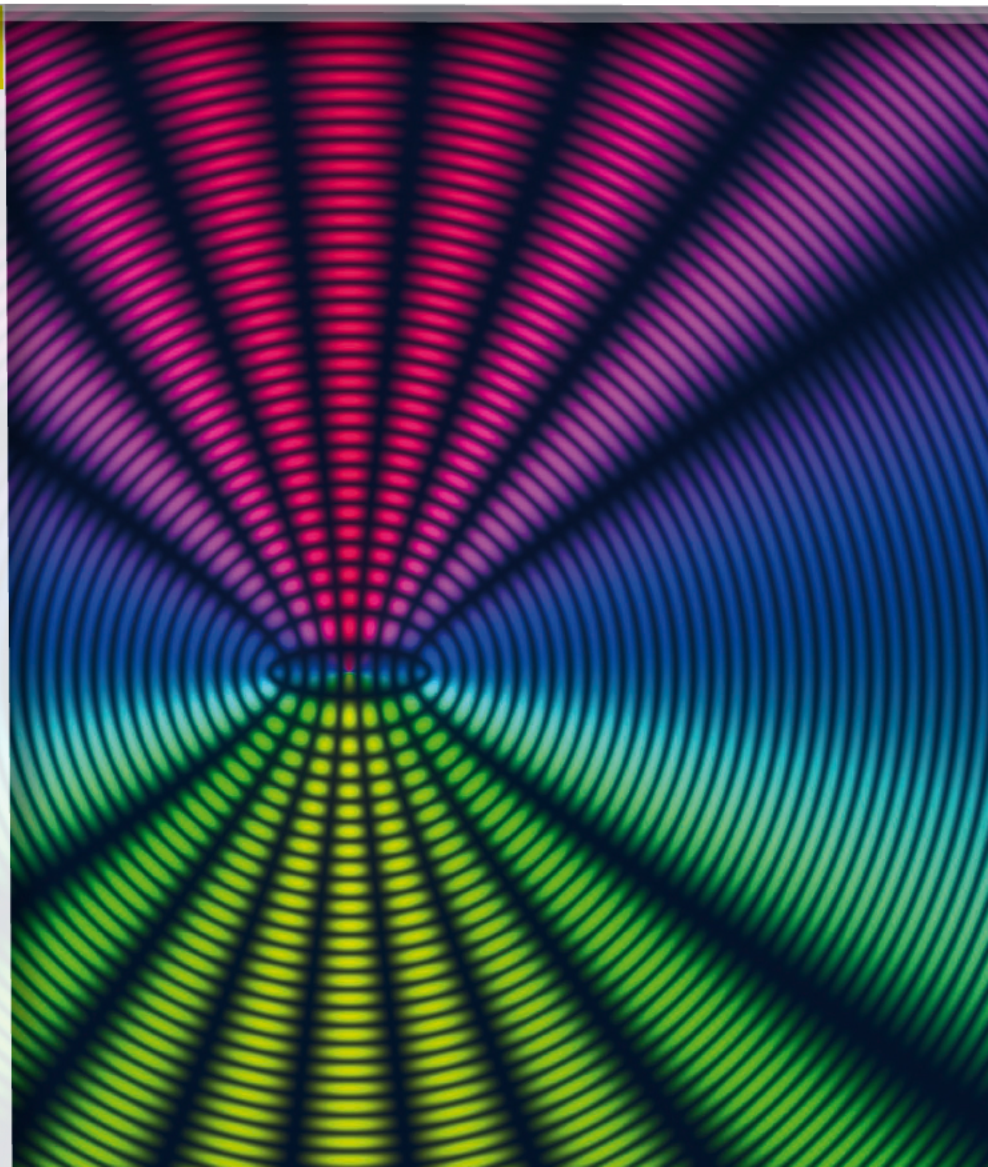
F. Bajardi • C. Altucci • S. Capozziello • M.R. Del Sorbo

Esercizi di Fisica Generale

L'ABCD della fisica multilivello dai Corsi di Fisica per le lauree in bioscienze al Corso di Laurea in Fisica

II Edizione



EdiSES EDIZIONI

Esercizi di Fisica Generale

L'ABCD della fisica multilivello dai Corsi di Fisica per le lauree in bioscienze al Corso di Laurea in Fisica

Francesco Bajardi, Carlo Altucci,
Salvatore Capozziello, Maria Rosaria Del Sorbo

II EDIZIONE

EdiSES
EDIZIONI

Francesco Bajardi, Carlo Altucci, Salvatore Capozziello, Maria Rosaria Del Sorbo

Esercizi di Fisica Generale - II Edizione
L'ABCD della fisica multilivello dai Corsi di Fisica per le lauree in bioscienze al Corso di Laurea in Fisica

Copyright © 2026, EdiSES Edizioni S.r.l. – Napoli
9 8 7 6 5 4 3 2 1
2029 2028 2027 2026

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.
L'Editore

L'Editore ha effettuato quanto in suo potere per richiedere il permesso di riproduzione del materiale di cui non è titolare del copyright e resta comunque a disposizione di tutti gli eventuali aventi diritto

Copertina:
Immagine generata con IA e successivamente ottimizzata per la stampa

A cura di:
Francesco Bajardi, Carlo Altucci, Salvatore Capozziello, Maria Rosaria Del Sorbo
Università degli Studi di Napoli Federico II

Stampato presso:
Vulcanica S.r.l. – Nola (Napoli)

per conto della
EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante, 89 – Napoli
www.edises.it assistenza.edises.it

ISBN 978 88 3623 274 1

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.
Realizzare un libro è un'operazione complessa e, nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi sulla piattaforma assistenza.edises.it

Il volo con le macchine più pesanti dell'aria è impossibile.
— Lord William Thomson, I barone Kelvin

Prefazione

La fisica classica descrive tutto ciò che di macroscopico ci circonda, così come la sua interazione con altri oggetti o con l'ambiente circostante. Nell'accezione più generale del termine, la fisica è la scienza che descrive i fenomeni naturali; essa non spiega però il comportamento della natura, ma il modo in cui noi umani la comprendiamo, plasmandola inevitabilmente con le nostre percezioni, i nostri occhi e i nostri strumenti matematici. Per questo motivo, le teorie fisiche sono in costante sviluppo, evolvendosi verso approssimazioni sempre migliori delle osservazioni sperimentali. Nonostante ad oggi non sia chiaro se potrà mai esistere una teoria unica, in grado di adattarsi perfettamente ai risultati sperimentali di ogni scala, questo non rende la nostra attuale conoscenza in ambito errata *a priori*. Non esistono teorie più corrette di altre, ma solo diverse sfaccettature di approssimazione che rendono alcune teorie più precise di altre. La meccanica Newtoniana, ad esempio, funziona perfettamente a grandi scale e basse velocità (molto minori della velocità della luce) e non vi è alcun bisogno di studiare la caduta dei gravi tramite la meccanica quantistica. Se consideriamo il secondo principio della dinamica $F = ma$, potremmo essere portati a pensare che le leggi della natura vogliano che la forza e l'accelerazione siano uguali a meno di una costante dimensionale. In realtà, la natura si comporta in un modo molto più profondo tuttora a noi ignoto, che a livello più superficiale può essere descritto da ciò che, intuitivamente, la realtà circostante ci suggerisce. Questa non è una legge della natura, ma deriva direttamente da ciò che noi intendiamo con "forza" e da come definiamo "l'accelerazione" e la velocità; fuori dalle scale che si configurano all'interno della nostra esperienza quotidiana, tale legge risulta approssimativa e non ha alcun potere predittivo. È quindi ovvio che, da migliaia di anni, la nostra morfologia ci abbia forzato a focalizzare sistematicamente l'attenzione e le curiosità verso una ristretta categoria di fenomeni, guidandoci verso una scienza tanto perfetta a determinate dimensioni quanto lacunosa ad altre. Non è un caso, infatti, che la fisica moderna abbia più problemi alle scale più lontane rispetto alle nostre dimensioni. Tuttavia, non è opportuno complicare i problemi classici con strumenti e teorie più raffinate, in quanto la correzione che apporterebbero risulterebbe irrisoria rispetto agli scopi con cui si affrontano tali esempi. Per questo motivo, per quanto superato e incoerente in molti ambiti, lo studio dei fondamenti della meccanica e dell'elettromagnetismo classico sarà sempre importante. Innanzi tutto perché permette, in maniera imprescindibile, la comprensione di molti argomenti più avanzati, ma anche perché spesso la fisica classica rappresenta l'ottimizzazione migliore tra precisione e difficoltà. In qualsiasi ambito della scienza, inoltre, la fisica gioca un ruolo fondamentale e la comprensione dei fenomeni naturali può rivelare l'essenza intrinseca di ogni quesito ci si presenti davanti. Al fine di adeguarci ai più comuni programmi di fisica di base della maggior parte dei corsi di laurea, questo libro affronta esercizi afferenti a sei aree tematiche diverse: Meccanica, Fluidostatica/Fluidodinamica, Termodinamica ed Elettricità/Magnetismo, fenomeni

ondulatori, per poi concludersi con un'introduzione alle radiazioni. Ognuno dei sei capitoli corrispondenti alle aree elencate, si suddivide a sua volta in sottosezioni, al fine di facilitare l'individuazione degli argomenti. All'inizio di ogni sezione, un breve riassunto riepilogativo anticipa lo svolgimento degli esercizi, in modo che il lettore possa seguirne più facilmente la risoluzione. Tali pagine introduttive non hanno in alcun modo la pretesa di sostituire la teoria di un libro di testo, che deve essere assimilata a monte dello svolgimento di qualsivoglia problema. Ci teniamo altresì a sottolineare che, nonostante le catalogazioni accademiche, abbiamo provato a rendere molti esercizi quanto più generali possibile, trattando in uno stesso problema argomenti diversi. Per questo motivo, si consiglia di affrontare ogni capitolo e sezione con una conoscenza sufficiente riguardo le tematiche relative alle sezioni precedenti. Gli esercizi, per ogni sezione, sono presentati in ordine di difficoltà crescente, sicché ogni studente può trovare un intervallo di difficoltà consono, in accordo al proprio percorso accademico. L'unica eccezione riguarda gli esercizi teorici, etichettati dall'apposito titolo "Esercizi di teoria" a inizio pagina. Nonostante la maggior parte di essi segua l'ordine di difficoltà esattamente come gli altri, in qualche occasione si è reso necessario porli in una posizione che non rispecchia l'effettivo grado di difficoltà. Questa scelta è stata adoperata laddove la propedeuticità per gli esercizi successivi ha intaccato il posizionamento dell'esercizio stesso; spesso, infatti, la dimostrazione teorica di un dato fenomeno risulta più complessa dell'applicazione a uno specifico problema, e per completezza abbiamo aggiunto esercizi più teorici volti a colmare qualche lacuna a cui, inevitabilmente, le poche pagine riassuntive di teoria non hanno potuto sopperire. Alcuni problemi, inoltre, non ammettono soluzione analitica e, spesso, sono risolti numericamente. Nonostante la risoluzione numerica non sia usualmente inclusa nei corsi di fisica di base, essa è, il più delle volte, riportata per completezza, dal momento che l'importanza istruttiva dell'esercizio risiede nello svolgimento del problema nella sua interezza. L'acquisizione e la padronanza del metodo e dell'approccio da seguire, prescinde dall'esistenza di una soluzione analitica che, laddove esista, non fornisce al lettore significative abilità o nozioni in più.

Napoli,
Novembre 2020

Francesco Bajardi
Carlo Altucci
Salvatore Capozziello
Maria Rosaria Del Sorbo

Gli autori e in particolare Carlo Altucci ringraziano gli studenti del corso di Physics in Medicine - Corso di Laurea in Medicina e Chirurgia in lingua inglese dell'Università degli Studi di Napoli Federico II A.A. 2025-2026 - per la collaborazione nella stesura e nelle revisioni.

Indice

1 Meccanica **7**
- 1.1 Cinematica . . . 8
- 1.2 Dinamica . . . 34
- 1.3 Energia e quantità di moto . . . 77
- 1.4 Meccanica Rotazionale . . . 121

2 Meccanica dei Fluidi **157**
- 2.1 Fluidostatica . . . 158
- 2.2 Fluidodinamica . . . 188

3 Termodinamica **211**
- 3.1 Calorimetria . . . 212
- 3.2 Trasformazioni Termodinamiche . . . 240
- 3.3 Cicli, Macchine Termiche ed Entropia . . . 270

4 Elettrostatica e Magnetismo **309**
- 4.1 Elettrostatica . . . 310
- 4.2 Correnti e Magnetismo . . . 409
- 4.3 Elettromagnetismo . . . 453

5 Fenomeni Ondulatori **511**
- 5.1 Onde Meccaniche . . . 512
- 5.2 Onde Elettromagnetiche . . . 539

6 Radiazioni, decadimenti e dosimetria **595**

da cui la semicirconferenza in figura avrà equazione

$$y = f(x) = R - \sqrt{R^2 - (x - R)^2} \tag{1.199}$$

Sostituendo la funzione $f(x)$ nell'espressione dell'intervallo temporale δt, si ottiene

$$\Delta t = \frac{R}{\sqrt{2g}} \int_0^R \frac{1}{(2Rx - x^2)^{3/4}}\, dx \sim 1.85 \sqrt{\frac{R}{g}} \tag{1.200}$$

10. **Ad una carrucola fissa di massa trascurabile sono legate due masse per mezzo di una fune. La massa 1 si può muovere su un piano inclinato di un angolo $\theta = 20°$, la massa 2 è sospesa. Le masse sono rispettivamente $7\,kg$ e $4\,kg$. Calcolare l'accelerazione del sistema e la tensione della fune nel caso in cui il piano inclinato sia liscio e nel caso in cui sia presente un coefficiente di attrito pari a 0.2. Quale velocità acquisisce il sistema dopo 1.5 secondi, nel primo caso?**

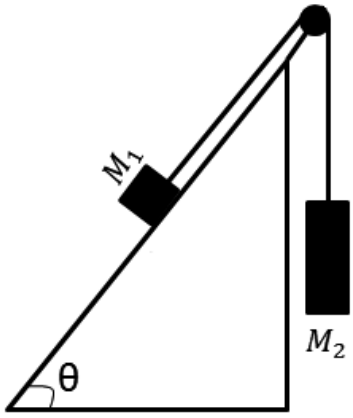


Figura 1.14

Nel caso in cui vi sia attrito il bilancio di forze per le due masse è il seguente:

$$\begin{cases} 2 \to m_2 g - T = m_2 a \\ 1 \to m_1 g \sin\theta + m_1 g \mu \cos\theta - T = -m_1 a \end{cases} \tag{1.201}$$

Si noti che dato che il sistema evolve verso la massa sospesa in aria, la forza d'attrito è concorde con la forza peso parallela e l'accelerazione del blocco 1 è opposta rispetto a esse.
Dalla prima equazione si ha

$$T = m_2 g - m_2 a \tag{1.202}$$

che sostituita nella seconda equazione porta a

$$m_1 g \sin\theta + m_1 g \mu \cos\theta - m_2 g = -m_1 a - m_2 a \tag{1.203}$$

che risolta rispetto ad a dà

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}{m_1 + m_2} \tag{1.204}$$

Nel caso in cui sia presente un coefficiente di attrito radente, sostituendo i dati forniti dal problema, otteniamo un'accelerazione pari a: $a = 0.26 m/s^2$.

Per trattare il caso in cui il piano sia liscio, è sufficiente porre $\mu = 0$ nell'equazione (1.204):

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g(\sin\theta)}{m_1 + m_2} = 1.43 m/s^2 \tag{1.205}$$

In entrambi i casi la tensione è calcolabile tramite la stessa equazione

$$T = m_2(g - a) \tag{1.206}$$

Così da avere $T = 38N$ nel caso con attrito e $T = 33.5N$ nel caso senza attrito. In quest'ultimo caso la velocità dopo 1.5 secondi vale

$$v = a \cdot t = 1.43 \cdot 1.5 = 2.15m/s \tag{1.207}$$

11. **Nel sistema in figura $m_2 = 18\,kg$, $m_1 = 11.39\,kg$, $\alpha_2 = 35°$, $\alpha_1 = 65°$. Verificare che il sistema sia in equilibrio e trovare la tensione. La massa 2 viene successivamente raddoppiata; trovare l'accelerazione del sistema.**

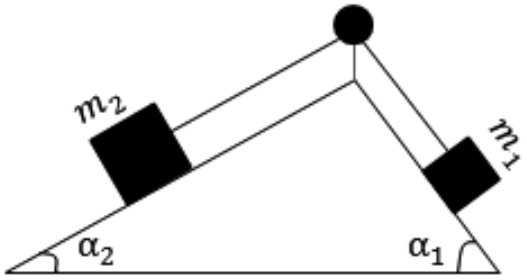


Figura 1.15

Il sistema da impostare in generale per le due masse è

$$\begin{cases} m_2 g \sin\alpha_2 - T = m_2 a \\ T - m_1 g \sin\alpha_1 = m_1 a \end{cases} \tag{1.208}$$

Nel caso in cui $a = 0$, ovvero in cui il sistema sia in equilibrio, si possono sommare le due equazioni ottenendo

$$m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1 = 0 \tag{1.209}$$

Notiamo che, sostituendo i numeri del problema si ha

$$18 \sin 35° - 11.39 \sin 65° = 18 \cdot 0.573 - 11.39 \cdot 0.906 = 10.3 - 10.3 = 0 \tag{1.210}$$

risultato che conferma l'equilibrio del sistema, dal momento che le forze alla sinistra della carrucola sono bilanciate dalle forze alla sua destra.

Raddoppiando adesso il valore di m_2, il sistema diventa

$$\begin{cases} 2m_2 g \sin\alpha_2 - T = 2m_2 a \\ T - m_1 g \sin\alpha_1 = m_1 a \end{cases} \tag{1.211}$$

Stavolta il sistema ovviamente evolve verso la massa 2, quindi l'accelerazione non può essere posta uguale a zero. Per trovarla, sommando le due equazioni si ha

$$(2m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1) g = (m_1 + 2m_2) a \tag{1.212}$$

da cui

$$a = \frac{(2m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1) g}{m_1 + 2m_2} = 2.13 m/s^2 \tag{1.213}$$

12. **Una massa $m = 1\,kg$ viene agganciata a una molla di costante elastica $k = 10\,N/m$ e lunghezza a riposo $\ell = 1\,m$. La molla viene fatta roteare nel piano xy con una velocità di $5\,m/s$. Supponendo che un dispositivo esterno mantenga costante il modulo della velocità e che le variazioni radiali siano quasi-statiche, si calcoli l'allungamento in un punto qualsiasi della traiettoria.**

Sia y l'asse verticale, lungo cui agisce la forza di gravità. Sia θ l'angolo che si forma tra la molla e l'asse verticale. Nel modello quasi-statico adottato, la risultante radiale della forza elastica e del peso fornisce l'accelerazione centripeta; il bilancio lungo la direzione della molla darà

$$\frac{mv^2}{x+\ell} - mg\cos(\theta) = kx \tag{1.214}$$

In tal modo, nel punto più alto della traiettoria, dove $\theta = 0$, si avrà

$$\frac{mv^2}{x+\ell} - mg = kx \tag{1.215}$$

mentre nel punto più basso

$$\frac{mv^2}{x+\ell} + mg = kx \tag{1.216}$$

Se il moto è circolare uniforme, possiamo scrivere l'angolo come

$$\theta = \omega t = \frac{v}{x+\ell}\,t \tag{1.217}$$

quindi l'equazione diventa

$$\frac{mv^2}{x+\ell} - mg\cos\left(\frac{v}{x+\ell}\,t\right) = kx \tag{1.218}$$

L'equazione non ha soluzione analitica; accontentiamoci dunque di trovare x in funzione di θ, anziché trovare la legge oraria nella direzione radiale al moto. Dall'equazione (1.214) si ottiene

$$kx^2 + (mg\cos\theta + k\ell)x - mv^2 + mg\ell\cos\theta = 0 \tag{1.219}$$

le cui soluzioni sono

$$x = -\frac{mg\cos\theta + k\ell}{2k}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4k\left(mg\ell\cos\theta - mv^2\right)}{\left(mg\cos\theta + k\ell\right)^2}}\right] \tag{1.220}$$

Dal momento che, per come abbiamo impostato l'equazione, x non può assumere valori negativi, scegliamo la soluzione col $-$, ottenendo infine

$$x = -\frac{mg\cos\theta + k\ell}{2k}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4k\left(mg\ell\cos\theta - mv^2\right)}{\left(mg\cos\theta + k\ell\right)^2}}\right]. \tag{1.221}$$

13. **Un blocco di massa m è posto sopra un altro blocco di massa M inizialmente fermo. Il blocco sottostante viene tirato da una forza F diretta orizzontalmente. Tra i due blocchi è presente un coefficiente di attrito μ, mentre il piano su cui giace il blocco più grande è liscio. Si calcoli il massimo valore di F oltre il quale il blocco più piccolo inizi a strisciare.**

Si raddoppi successivamente tale valore. Trovare l'accelerazione del blocco più piccolo rispetto a un sistema di riferimento inerziale.



Figura 1.16

La prima parte del problema può essere risolta facilmente nel sistema di riferimento della massa più piccola. Infatti, quando la massa M viene tirata, il sistema accelera con accelerazione

$$a = \frac{F}{(m+M)} \tag{1.222}$$

dato che i corpi sono fermi l'uno rispetto all'altro. Il corpo di sopra, quindi, nel proprio sistema di riferimento sente una forza apparente pari a

$$F_m = ma = F\frac{m}{(m+M)} \tag{1.223}$$

Quando tale forza apparente è maggiore della forza di attrito, il corpo sovrastante comincia a strisciare. Dunque la forza massima da poter applicare affinché ciò non avvenga può essere trovata come

$$F_m = F_{Att} \;\rightarrow\; F\frac{m}{(m+M)} = mg\mu \;\rightarrow\; F = g\mu(m+M) \tag{1.224}$$

Il problema si complica leggermente nel momento in cui dobbiamo trovare l'accelerazione del blocco di massa m. In tal caso è più conveniente rimanere in un sistema di riferimento inerziale e analizzare le forze che agiscono su ogni blocco. Il blocco di sotto viene tirato da una forza $F_2 = 2F$ (come da testo del problema) alla quale si oppone l'attrito tra i due blocchi che tenderà a frenare il moto. Si ha dunque

$$F_2 - mg\mu = Ma_2 \tag{1.225}$$

Mentre F_2 indica la forza con cui è tirato il blocco sottostante di massa M, a_2 rappresenta l'accelerazione del blocco stesso, che in generale è diversa da quella della massa di sopra. Nel sistema inerziale, la massa sovrastante è spinta solo dalla forza di attrito. Se essa non fosse presente, infatti, il blocco di sopra rimarrebbe fermo mentre il blocco di sotto striscerebbe tirato dalla forza F_2. Si ha quindi

$$mg\mu = ma_1 \tag{1.226}$$

Rispetto al sistema in quiete, dunque, le accelerazioni sono

$$\begin{cases} a_1 = g\mu \\ a_2 = \dfrac{F_2 - mg\mu}{M} \end{cases} \tag{1.227}$$

Notiamo che quando $F_2 = F$, si ottiene $a_1 = a_2 = g\mu$, come ovviamente ci si aspetta. Quando $F_2 > F$, invece, le accelerazioni saranno diverse. Le equazioni sembrano inoltre suggerire che quando $F_2 < mg\mu$ l'accelerazione è negativa. Questo ovviamente porterebbe a un assurdo, in quanto il corpo di massa M, venendo tirato verso sinistra, andrebbe verso destra. In realtà è facile dimostrare che tale condizione sia irrealizzabile, considerando la natura della forza di attrito. Quest'ultima assume il valore di $mg\mu$ solo quando c'è uno slittamento tra le due masse, mentre è uguale alla forza apparente sentita dalla massa piccola quando non c'è slittamento. Ad esempio, quando il sistema è in quiete e la forza è nulla, anche la forza di attrito è zero. Dato che la forza di attrito assume sempre il valore

$$F_a = F_2 \frac{m}{(m+M)} \tag{1.228}$$

quando $F_2 < mg\mu$, la differenza considerata, in tal caso, diventa

$$F_2 - F_a = F_2 - F_2 \frac{m}{(m+M)} = F_2 \left(1 - \frac{m}{m+M}\right) \tag{1.229}$$

che è sempre maggiore di zero.

14. **Si consideri il problema 4 e lo si risolva nel caso in cui la molla sia posta in maniera obliqua all'apice di un piano di inclinazione θ rispetto all'orizzontale.**

Il caso è analogo al precedente, ma stavolta va considerata anche la forza di gravità nel bilancio di forze. L'equazione del moto sarà quindi

$$-kx - mg\sin\theta = m\ddot{x} \tag{1.230}$$

Definendo, come nel problema 4, la quantità $\sqrt{k/m} \equiv \omega$, l'equazione diventa

$$-\omega^2 x - g\sin\theta = \ddot{x} \tag{1.231}$$

Come mostrato nell'appendice 6, la soluzione dell'equazione differenziale è

$$x(t) = -\frac{g\sin\theta}{\omega^2} + A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) \tag{1.232}$$

Per trovare le costanti A e B, dobbiamo imporre le condizioni iniziali sulla posizione e sulla velocità. Se a $t = 0$ la velocità iniziale è nulla, si ottiene $B = 0$. La posizione di equilibrio sarà quella dove la risultante delle forze è nulla, ricavabile tramite l'equazione

$$mg\sin\theta = -kx_{eq} \quad \rightarrow x_{eq} = -\frac{mg\sin\theta}{k} = -\frac{g\sin\theta}{\omega^2} \tag{1.233}$$

Se x_0 indica la posizione iniziale misurata rispetto alla lunghezza a riposo della molla, possiamo imporre $x(0) = x_0$, ottenendo

$$A = x_0 + \frac{g\sin\theta}{\omega^2} \tag{1.234}$$

La legge oraria sarà dunque

$$x(t) = \frac{g\sin\theta}{\omega^2}\left[\cos(\omega t) - 1\right] + x_0\cos(\omega t) \tag{1.235}$$

Si noti che se il piano è orizzontale e dunque $\theta = 0$, ritroviamo l'equazione (1.152). Viceversa, se la molla è attaccata a un tetto, l'angolo è $90°$ e l'equazione diventa

$$x(t) = \frac{g}{\omega^2}\left[\cos(\omega t) - 1\right] + x_0\cos(\omega t) \tag{1.236}$$

15. **Due blocchi di masse m e $M > m$ sono collegati tramite una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo x_0. All'istante $t = 0$ il blocco più piccolo dista x_0 dal blocco più grande, verso il quale si dirige con una velocità v_0, mentre il blocco grande è fermo, ma libero di muoversi. Il piano è scabro e i coefficienti di attrito statico e dinamico sono rispettivamente μ_s e μ_d. Calcolare il massimo valore di v_0 per cui il blocco di massa M rimane fermo e, in corrispondenza di tale valore, l'accelerazione massima a cui è soggetto il blocco più piccolo.**

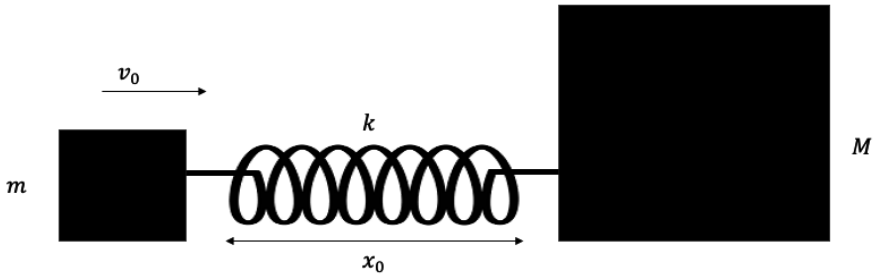


Figura 1.17

Il blocco di massa M sarà soggetto alla massima sollecitazione quando la molla avrà una compressione massima, ovvero quando il blocco più piccolo si fermerà. Se in quel momento il blocco rimane fermo nella sua posizione, allora rimarrà tale ad ogni altro istante di tempo. Sia t^* l'istante di tempo in cui la velocità del blocco più piccolo è nulla, ovvero $v(t^*) = 0$. Per risolvere la prima parte del problema, quindi, possiamo trovare (in funzione di v_0) la forza esercitata dal corpo più piccolo su quello più grande al tempo t^* ed imporre la condizione limite, eguagliando tale forza alla forza di attrito. A tal fine, scriviamo l'equazione del moto per il blocco di massa m:

$$-kx - mg\mu_d = ma \tag{1.237}$$

Definendo $\omega^2 = k/m$, l'equazione (1.237) diventa

$$-\omega^2 x - g\mu_d = \ddot{x} \tag{1.238}$$

la cui soluzione, in generale, è

$$x(t) = c_1 \cos\omega t + c_2 \sin\omega t - \frac{g\mu_d}{\omega^2} \tag{1.239}$$

Scegliamo un sistema di riferimento tale che la posizione al tempo $t = 0$ sia $x = 0$. Imponendo la condizione $x(0) = 0$ si trova

$$c_1 = \frac{g\mu_d}{\omega^2} \tag{1.240}$$

Derivando la posizione rispetto al tempo, troviamo

$$v(t) = -\frac{g\mu_d}{\omega} \sin\omega t + c_2\omega \cos\omega t \tag{1.241}$$

Imponendo quindi $v(0) = v_0$ si ottiene $c_2 = v_0/\omega$. La posizione, la velocità e l'accelerazione saranno quindi

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{g\mu_d}{\omega^2}(\cos\omega t - 1) + \dfrac{v_0}{\omega}\sin\omega t \\ v(t) = -\dfrac{g\mu_d}{\omega}\sin\omega t + v_0\cos\omega t \\ a(t) = -g\mu_d\cos\omega t - \omega v_0\sin\omega t \end{cases} \tag{1.242}$$

Possiamo adesso calcolare t^*, ovvero il tempo in corrispondenza del quale il blocco di massa m si ferma, imponendo $v(t^*) = 0$:

$$v(t^*) = -\frac{g\mu_d}{\omega}\sin\omega t^* + v_0\cos\omega t^* = 0 \tag{1.243}$$

la cui soluzione è

$$t^* = \frac{1}{\omega}\arctan\left(\frac{\omega v_0}{g\mu_d}\right) \tag{1.244}$$

Calcoliamo quindi l'accelerazione al tempo t^*, ovvero nel momento in cui la molla raggiunge la massima compressione:

$$a_{MAX} = a(t^*) = -g\mu_d\cos\arctan\left(\frac{\omega v_0}{g\mu_d}\right) - \omega v_0\sin\arctan\left(\frac{\omega v_0}{g\mu_d}\right) \tag{1.245}$$

Facendo uso delle relazioni

$$\cos\arctan(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \qquad \sin\arctan(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \tag{1.246}$$

si ottiene

$$a_{MAX} = -\frac{\omega^2 v_0^2 + g^2\mu_d^2}{g\mu_d\sqrt{1+\frac{\omega^2 v_0^2}{g^2\mu_d^2}}} \tag{1.247}$$

Analogamente, sostituendo t^* nella legge oraria del moto della massa m, avremo

$$x_{MAX} = \frac{\omega^2 v_0^2 + g^2\mu_d^2}{\omega^2 g\mu_d\sqrt{1+\frac{\omega^2 v_0^2}{g^2\mu_d^2}}} - \frac{g\mu_d}{\omega^2} \tag{1.248}$$

Tale risultato poteva altresì essere ottenuto valutando l'equazione (1.237) al tempo t^*, in cui vige la relazione

$$-g\mu_d - \omega^2 x_{MAX} = a_{MAX} \tag{1.249}$$

Il blocco di massa M, quindi, rimane in equilibrio nella posizione iniziale solamente se la forza elastica all'istante t^* è minore della forza di attrito statico, ovvero se

$$kx_{MAX} < Mg\mu_s \tag{1.250}$$

da cui

$$\frac{kv_0^2 + mg^2\mu_d^2}{g\mu_d\sqrt{1+\frac{\omega^2 v_0^2}{g^2\mu_d^2}}} - mg\mu_d < Mg\mu_s \tag{1.251}$$

Ponendo $w = \sqrt{g^2\mu_d^2 + \omega^2 v_0^2}$, la compressione massima può essere scritta nella forma $x_{MAX} = (w - g\mu_d)/\omega^2$. La condizione precedente diventa quindi lineare in w e, usando $\omega^2 = k/m$, fornisce

$$v_0 < g\sqrt{\frac{M\mu_s\left(M\mu_s + 2m\mu_d\right)}{km}}. \tag{1.252}$$

In corrispondenza del valore limite della velocità iniziale, il modulo dell'accelerazione massima (1.247) diventa

$$a_{MAX} = g\left(\mu_d + \frac{M}{m}\mu_s\right) \tag{1.253}$$

F. Bajardi • C. Altucci • S. Capozziello • M.R. Del Sorbo

Esercizi di **Fisica Generale**

L'ABCD della fisica multilivello dai Corsi di Fisica per le lauree in bioscienze al Corso di Laurea in Fisica

EdiSES EDIZIONI

ISBN 978-88-3623-274-1