

il **nuovo** concorso
a cattedra

Scienze Matematiche applicate

Manuale per la **preparazione** alle prove scritte e orali

Classe di concorso:

A47 Scienze matematiche applicate

Emiliano Barbuto e Santo Calabrese

II Edizione



Comprende **software**
per effettuare
esercitazioni online



Accedi ai servizi riservati



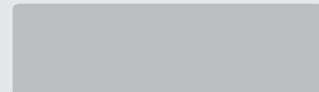
▼
COLLEGATI AL SITO
EDISES.IT

▼
ACCEDI AL
MATERIALE DIDATTICO

▼
SEGUICI
ISTRUZIONI

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edises.it** e accedere ai **servizi** e **contenuti riservati**.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie



Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.

L'accesso ai servizi riservati ha la durata di **un anno** dall'attivazione del codice e viene garantito esclusivamente sulle edizioni in corso.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edises.it** e segui queste semplici istruzioni

▼
Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

▼
Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito o autenticiati tramite facebook
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*

il **nuovo** concorso
a cattedra

Scienze Matematiche applicate

Manuale per la **preparazione** alle **prove scritte e orali**

di **Emiliano Barbuto e Santo Calabrese**



Il nuovo Concorso a Cattedra – Scienze matematiche applicate – II Edizione
Copyright © 2019, 2016, EdiSES S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2023 2022 2021 2020 2019

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

*A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale,
del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.*

L'Editore

Autori:

Emiliano Barbuto
Santo Calabrese
Daniela Decembrino (per le Unità di Apprendimento)

Progetto grafico: ProMedia Studio di A. Leano - Napoli

Grafica di copertina e fotocomposizione:  curvilinee

Redazione: EdiSES - Napoli

Stampato presso Litografia Sograte S.r.l. – Città di Castello (PG)

Per conto della EdiSES – Piazza Dante, 89 – Napoli

ISBN 978 88 9362 347 6

www.edises.it

info@edises.it

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi all'indirizzo redazione@edises.it

Finalità e struttura dell'opera

Il presente volume si pone come utile strumento di studio per quanti si apprestano alla preparazione al concorso a cattedra per le classi il cui programma d'esame comprende la **Matematica applicata**, e contiene sia le principali **conoscenze teoriche** necessarie per superare tutte le fasi della selezione concorsuale che preziosi **spunti operativi** per l'ordinaria attività d'aula.

Il testo è strutturato in parti. La **prima parte**, dedicata alla **Matematica**, affronta i contenuti disciplinari con approcci formali e rigorosi, ma anche pratici e intuitivi, con l'obiettivo di venire incontro alle diverse esperienze formative e ai diversi percorsi di studio che una platea piuttosto disomogenea di candidati può trovarsi di fronte. La trattazione è, di tanto in tanto, interrotta da note di vario genere che tendono a concretizzare aspetti formali o a riportare la matematica all'interno di questioni pratiche e reali.

La **seconda parte** tratta gli argomenti fondamentali della **Matematica finanziaria e attuariale** e della **Ricerca operativa**. Un'utile **Appendice**, inserita alla fine della seconda parte, espone le principali figure della storia della matematica e della matematica applicata.

L'ultima parte del testo è infine incentrata sulla **pratica dell'attività d'aula** e contiene un esempio di **Unità di Apprendimento** utilizzabile come modello per una didattica metacognitiva e partecipativa. Ulteriori Unità di Apprendimento potranno essere consultate registrandosi al nostro sito, dalla propria area riservata.

Il testo è completato da un **software di simulazione** mediante cui effettuare esercitazioni di verifica delle conoscenze acquisite e da ulteriori **servizi riservati** online.

Questo lavoro, ricco, complesso, denso di rinvii normativi e spunti operativi per l'attività dei futuri insegnanti, tratta materie in continua evoluzione.

Ulteriori **materiali didattici** e **approfondimenti** sono disponibili nell'area riservata a cui si accede mediante la registrazione al sito *edises.it* secondo la procedura indicata nel frontespizio del volume.

Altri aggiornamenti sulle procedure concorsuali saranno disponibili sui nostri profili social

Facebook.com/ilconcorsoacattedra

Clicca su  (Facebook) per ricevere gli aggiornamenti
www.concorsoacattedra.it

Indice

Parte Prima Matematica

Capitolo 1 Insiemi, relazioni, funzioni

1.1	Concetti fondamentali	3
1.2	Relazione di inclusione	4
1.3	Operazioni tra insiemi	5
1.4	Insieme delle parti	8
1.5	Coppia ordinata e prodotto cartesiano	8
1.6	Relazione binaria	9
1.7	Relazioni di equivalenza	11
1.8	Relazioni d'ordine largo	12
1.9	Relazioni d'ordine stretto	13
1.10	Funzioni	13
1.11	Funzioni suriettive, iniettive e biettive	15
1.12	Funzioni composte	17
1.13	Funzione inversa e identità	17
1.14	Cardinalità di un insieme	18
1.14.1	Insiemi equipotenti e numeri cardinali	18
1.14.2	Operazioni tra numeri cardinali	19
1.14.3	Insiemi finiti e insiemi numerabili	20
1.14.4	Insiemi numerici numerabili	22
1.14.5	Insiemi numerici non numerabili	25
1.14.6	L'ipotesi del continuo	29
1.15	Calcolo combinatorio	30
1.15.1	Principio di moltiplicazione	30
1.15.2	Fattoriale di un numero	31
1.15.3	Disposizioni con ripetizione	31
1.15.4	Disposizioni	32
1.15.5	Permutazioni	33
1.15.6	Permutazioni con ripetizione	33
1.15.7	Combinazioni	34
1.15.8	Combinazioni con ripetizione	35
1.15.9	Il coefficiente binomiale	35
1.15.10	Formula del binomio di Newton	36
1.15.11	Somma di coefficienti binomiali	37
1.15.12	Il triangolo di Tartaglia	37
1.16	Il metodo assiomatico	39
1.16.1	Le teorie matematiche	39

VIII Indice

1.16.2 La definizione dei termini	39
1.16.3 Distinzione tra termine e concetto: teorie realistiche e teorie formali	40
Capitolo 2 Geometria euclidea e geometrie non eucleede	
2.1 Gli <i>Elementi</i> di Euclide	43
2.1.1 La struttura degli <i>Elementi</i> di Euclide	43
2.1.2 Definizioni, assiomi e postulati nel primo libro degli <i>Elementi</i>	43
2.1.3 Il quinto postulato di Euclide.....	46
2.1.4 Il quinto postulato e la struttura del primo libro degli <i>Elementi</i>	47
2.2 Trasformazioni affini tra piani e affinità nel piano.....	51
2.2.1 Trasformazioni affini	51
2.2.2 Affinità	55
2.2.3 Proprietà delle affinità.....	56
2.2.4 Punti uniti di una trasformazione	60
2.2.5 Le similitudini e il gruppo Euclideo	63
2.2.6 Particolari similitudini: omotetie	68
2.2.7 Isometrie	71
2.2.8 Isometrie dirette.....	72
2.2.9 Isometrie inverse	80
2.2.10 Riepilogo.....	84
2.3 L'idea della geometria proiettiva	86
2.3.1 La prospettiva	86
2.3.2 La retta proiettiva	86
2.3.3 Il piano proiettivo	89
2.3.4 Coordinate omogenee nel piano proiettivo	93
2.3.5 Spazio proiettivo e coordinate omogenee nello spazio	95
2.3.6 Definizione operativa di spazio proiettivo	95
2.4 Operare con le coordinate omogenee.....	97
2.4.1 Rette nel piano	97
2.4.2 Coniche in coordinate omogenee	99
2.5 Le proiettività	101
2.5.1 Proiettività sulla retta proiettiva	101
2.5.2 Punti uniti.....	102
2.5.3 Il rapporto	105
2.5.4 Proiettività sul piano	107
2.5.5 Punti uniti e rette unite	110
2.5.6 Studio della prospettiva	116
Capitolo 3 Insiemi numerici	
3.1 Leggi di composizione interne ed esterne	123
3.2 L'insieme dei numeri naturali.....	123
3.2.1 Assiomi di Peano	124
3.2.2 Addizione di naturali	125
3.2.3 Moltiplicazione di naturali	127
3.2.4 Relazione d'ordine nei naturali	128
3.2.5 La divisione euclidea.....	129
3.2.6 La potenza	131

3.3	Rappresentazione dei numeri naturali	131
3.3.1	I primi modi di rappresentare i numeri naturali	131
3.3.2	Il sistema di numerazione dell'antica Roma	132
3.3.3	Il sistema di numerazione decimale	133
3.3.4	Il sistema di numerazione binario	134
3.3.5	Conversioni.....	135
3.4	L'insieme dei numeri interi.....	136
3.5	I numeri razionali.....	140
3.5.1	Definizione dell'insieme dei numeri razionali.....	140
3.5.2	Operazioni nell'insieme dei numeri razionali	141
3.5.3	La relazione d'ordine nell'insieme dei numeri razionali.....	142
3.5.4	Scrittura posizionale dei numeri razionali	143
3.6	Le problematiche che portano alla nascita dei numeri reali	145
3.6.1	La scrittura posizionale	145
3.6.2	L'estrazione di radice.....	145
3.6.3	Le grandezze incommensurabili.....	145
3.6.4	Le soluzioni di equazioni a coefficienti interi	147
3.6.5	La quadratura del cerchio	148
3.7	La costruzione dell'insieme dei numeri reali.....	148
3.7.1	Primo approccio: la notazione posizionale	148
3.7.2	Secondo approccio: i tagli di Dedekind	148
3.7.3	Terzo approccio: le successioni di numeri razionali.....	152
3.8	Numeri irrazionali, numeri algebrici e numeri trascendenti.....	152
3.8.1	I numeri irrazionali	152
3.8.2	Numeri che sono zeri di un polinomio: i numeri algebrici	153
3.8.3	Numeri che non sono zeri di un polinomio: i numeri trascendenti	154
3.9	Le strutture algebriche	155
3.9.1	Definizione di struttura algebrica	155
3.9.2	Proprietà associativa e semigruppi.....	155
3.9.3	Esistenza dell'elemento neutro e monoidi.....	156
3.10	I gruppi	157
3.10.1	Esistenza dell'elemento inverso	157
3.10.2	Definizione di gruppo.....	157
3.10.3	Proprietà commutativa e gruppi abeliani.....	158
3.10.4	Gruppi finiti, infiniti e finitamente generati, insiemi di generatori.....	159
3.11	Aritmetica modulare	160
3.11.1	Congruenza modulo n	160
3.11.2	Teoremi dell'aritmetica modulare.....	160
3.11.3	Classi di congruenza modulo n e insieme quoziante.....	161
3.11.4	Gruppi definiti mediante la relazione di congruenza	162
3.12	Gruppi ciclici	164
3.12.1	Caratteristiche di un gruppo ciclico e periodo degli elementi	164
3.12.2	Gruppi additivi	165
3.12.3	Gruppi moltiplicativi.....	165
3.13	Tavole di Cayley.....	167
3.14	Prodotto di gruppi	168
3.15	I sottogruppi e i laterali destro e sinistro	169

X Indice

3.15.1	Definizione di sottogruppo	169
3.15.2	Classi laterali.....	169
3.15.3	Sottogruppi normali	171
3.16	Gruppi risolubili.....	175
3.17	I gruppi simmetrici	176
3.17.1	Permutazioni	176
3.17.2	Il gruppo simmetrico delle permutazioni	177
3.17.3	Cicli e trasposizioni	178
3.17.4	Le permutazioni pari e il gruppo alterno.....	182
3.17.5	Risolubilità dei gruppi simmetrici S_2 , S_3 e S_4	183
3.17.6	Il gruppo simmetrico S_5	185
3.18	Gruppo diedrale	186
3.18.1	Definizione	186
3.18.2	Interpretazione geometrica.....	187
3.19	Isomorfismo tra gruppi e gruppi isomorfi.....	192
3.20	Anelli.....	196
3.20.1	Definizione	196
3.20.2	Anello dei polinomi	197
3.21	Corpi e campi	199
3.21.1	Definizioni	199
3.21.2	Estensione di un campo.....	200
3.21.3	Campo di spezzamento (o campo di riducibilità completa)	202
3.22	Teoria di Galois	204
3.22.1	L'idea	204
3.22.2	Gruppo di Galois.....	205
3.22.3	Risolvibilità per radicali di un'equazione di grado n	207

Capitolo 4 Il metodo delle coordinate

4.1	Gli spazi vettoriali	209
4.1.1	Definizione di spazio vettoriale	209
4.1.2	Sottospazio.....	212
4.1.3	Combinazione lineare di vettori	213
4.1.4	Dipendenza e indipendenza lineare.....	214
4.1.5	Generatori e basi.....	215
4.1.6	Dimensione di uno spazio vettoriale.....	217
4.2	Applicazioni lineari	218
4.2.1	Definizione di applicazione lineare	218
4.2.2	Composizione di applicazioni lineari	219
4.2.3	Un esempio di spazio vettoriale: lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari	219
4.2.4	Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare	220
4.2.5	Particolari applicazioni lineari	221
4.3	Matrici.....	222
4.3.1	Definizioni	222
4.3.2	Lo spazio vettoriale delle matrici	223
4.3.3	Moltiplicazione tra matrici	226
4.3.4	Corrispondenza tra matrici ed applicazioni lineari	231

4.3.5	Isomorfismo tra matrici e applicazioni lineari	235
4.3.6	Matrici associate ad endorfismi, matrici simili	235
4.3.7	Composizione di applicazioni lineari e matrici.....	236
4.4	Determinanti	236
4.4.1	Definizione e calcolo del determinante di una matrice	236
4.4.2	Proprietà del determinante di una matrice.....	242
4.4.3	Rango di una matrice.....	245
4.5	Sistemi lineari	249
4.5.1	Definizione di sistema lineare	249
4.5.2	Sistemi lineari compatibili.....	250
4.5.3	Soluzioni di sistemi lineari quadrati	251
4.5.4	Soluzioni di sistemi lineari generici.....	252
4.5.5	Procedura per la risoluzione di un generico sistema	253
4.5.6	Matrice inversa	259
4.5.7	Sistemi lineari omogenei	262
4.6	Diagonalizzazione di matrici	265
4.6.1	Autovettore, autovalore e autospazio.....	265
4.6.2	Matrici diagonalizzabili.....	266
4.6.3	Algoritmo per diagonalizzare le matrici	267
4.6.4	Polinomi e condizioni di diagonalizzazione.....	269
4.6.5	Segnatura di una matrice	269
4.7	Punti, rette e vettori nello spazio euclideo	275
4.8	Geometria analitica nel piano	277
4.8.1	Punti nel piano cartesiano.....	277
4.8.2	Vettori nel piano cartesiano	278
4.8.3	Le curve algebriche	281
4.9	Curve algebriche di primo grado: le rette	282
4.9.1	Equazione di una retta in forma parametrica	282
4.9.2	Equazione di una retta in forma implicita	283
4.9.3	Intersezione di due rette	283
4.9.4	Rette: casi particolari	286
4.9.5	Equazione della retta in forma segmentaria	287
4.9.6	Equazione della retta in forma esplicita	288
4.9.7	Fasci di rette	289
4.9.8	Alcune relazioni utili sulla retta	291
4.10	Curve algebriche di secondo grado: le coniche	293
4.10.1	Classificazione di una conica	293
4.10.2	Riduzione a forma normale di una conica	296
4.10.3	Le coniche come sezioni di un cono a due falde.....	302
4.11	Geometria analitica nello spazio	304
4.11.1	Punti nello spazio	304
4.11.2	Vettori nello spazio	305
4.12	Superfici algebriche di primo grado: i piani	309
4.12.1	Equazione parametrica del piano	309
4.12.2	Equazione generale del piano.....	309
4.12.3	Equazioni di piani particolari.....	313
4.12.4	Intersezione di due piani e condizione di parallelismo	314

XII Indice

4.13	Le rette nello spazio.....	315
4.13.1	Equazioni parametriche della retta	315
4.13.2	Equazioni normali della retta.....	316
4.13.3	Equazioni generali ed equazioni ridotte della retta	316
4.13.4	Intersezione tra retta e piano (rette e piani paralleli).....	320
4.13.5	Rette parallele e perpendicolari.....	321
4.13.6	Piani paralleli e perpendicolari.....	323
4.13.7	Rette e piani perpendicolari.....	323
4.13.8	Distanza di un punto da un piano	324
4.14	Superfici algebriche di secondo ordine: le quadriche.....	324
4.14.1	Classificazione di una quadrica	324

Capitolo 5 Funzioni reali e calcolo numerico

5.1	Intervalli e intorni	331
5.1.1	Tipologie di intervalli	331
5.1.2	Intorni e intorni circolari	333
5.2	Funzioni reali di variabili reali	333
5.2.1	Generalità	333
5.2.2	Campo di esistenza ed immagine.....	335
5.2.3	Funzioni composte.....	336
5.2.4	Funzioni invertibili.....	336
5.2.5	Funzioni monotone	337
5.2.6	Funzioni pari e dispari.....	340
5.2.7	Funzioni periodiche.....	341
5.2.8	Funzioni elementari.....	342
5.2.9	Determinazione del campo di esistenza delle funzioni reali	349
5.3	Errori nel calcolo numerico	351
5.3.1	Premessa	351
5.3.2	Rappresentazione esponenziale dei numeri reali.....	351
5.3.3	I numeri in virgola mobile.....	353
5.3.4	Perdita di informazione nel calcolo con numeri <i>floating point</i>	355
5.3.5	Arrotondare e troncare.....	357
5.3.6	Errore assoluto ed errore relativo	359
5.3.7	Errore assoluto limite ed errore relativo limite.....	361
5.3.8	Cifre decimali corrette e cifre significative corrette	365
5.4	Propagazione dell'errore	366
5.4.1	Alcune regole basilari di propagazione dell'errore	366
5.4.2	Problema, algoritmo ed elaboratore.....	368
5.4.3	Condizionamento di un problema	369
5.4.4	Stabilità di un algoritmo	373

Capitolo 6 Successioni e serie numeriche, calcolo differenziale per funzioni di una variabile

6.1	Limite di una funzione	377
6.1.1	Punti di accumulazione	377
6.1.2	Definizione di limite	378
6.1.3	Limiti per funzioni divergenti in un punto	379

6.1.4	Verifica del limite	381
6.1.5	Limite destro e limite sinistro.....	384
6.1.6	Teoremi sui limiti	386
6.1.7	Operazioni sui limiti	388
6.1.8	Generalizzare le operazioni sui limiti	389
6.1.9	Limiti di funzioni elementari e limiti notevoli.....	391
6.1.10	Calcolo di limiti.....	394
6.2	Successioni e limiti di successioni	398
6.2.1	Definizione e generalità.....	398
6.2.2	Limite di una successione di numeri reali.....	401
6.3	Continuità delle funzioni reali	402
6.3.1	Funzione continua	402
6.3.2	Funzione uniformemente continua.....	407
6.3.3	Punti di discontinuità	408
6.3.4	Individuare i punti di discontinuità di una funzione	410
6.4	Derivata.....	411
6.4.1	Rapporto incrementale.....	411
6.4.2	Definizioni di derivata e di derivabilità.....	412
6.4.3	Derivata destra e sinistra.....	413
6.4.4	Continuità e derivabilità	413
6.4.5	Dal rapporto incrementale alla derivata	414
6.4.6	Interpretazione geometrica della derivata	416
6.4.7	Retta tangente ad una funzione in un punto.....	418
6.4.8	Regole di derivazione.....	419
6.4.9	Calcolo di derivate	419
6.4.10	Punti di discontinuità della derivata	422
6.4.11	Derivate di ordine superiore	425
6.4.12	Differenziale	426
6.5	Calcolo differenziale e studio di una funzione di variabile reale.....	427
6.5.1	Teorema di Rolle, Cauchy e Lagrange	427
6.5.2	Condizioni sulla monotonia di una funzione	431
6.5.3	Massimi e minimi assoluti di una funzione	432
6.5.4	Estremo inferiore ed estremo superiore	432
6.5.5	Massimo e minimo relativo.....	434
6.5.6	Ricerca dei punti di massimo e minimo relativo e assoluto	435
6.5.7	Condizioni su concavità e punti di flesso	439
6.5.8	I teoremi di l'Hopital.....	441
6.5.9	Asintoti di una funzione	444
6.5.10	Studio del grafico di una funzione	446
6.6	Il problema della misura.....	454
6.6.1	Introduzione.....	454
6.6.2	La misura di Peano-Jordan	454
6.6.3	La misura di Vitali-Lebesgue	460
6.7	Integrazione indefinita	462
6.7.1	Definizioni	462
6.7.2	Regole di integrazione.....	464
6.7.3	Metodi risolutivi per integrali di frazioni algebriche.....	470

XIV Indice

6.8	Integrazione definita.....	475
6.8.1	Somma inferiore e somma superiore	475
6.8.2	Dalle somme all'integrale di Riemann	477
6.8.3	Le somme di Cauchy-Riemann	478
6.8.4	Funzioni integrabili.....	480
6.8.5	Proprietà degli integrali definiti	481
6.8.6	Teoremi sull'integrazione definita	482
6.9	Integrali impropri	487
6.9.1	Caso di un intervallo semi-aperto.....	487
6.9.2	Caso di un intervallo aperto	488
6.9.3	Caso generale: funzione generalmente continua su un intervallo limitato o illimitato	489
6.10	Calcolo di volumi di solidi di rotazione	490
6.11	Lunghezza di una curva ed area della superficie di rotazione	492
6.12	Serie numeriche	495
6.12.1	Definizioni	495
6.12.2	Serie a termini positivi, a termini di segno alterno e a termini qualunque.....	497
6.12.3	La serie geometrica	498
6.12.4	Resto di una serie	499
6.12.5	Teoremi generali sul carattere delle serie	501
6.13	Criteri di convergenza delle serie a termini positivi	502
6.13.1	Premessa	502
6.13.2	Criterio del confronto con l'integrale (Cauchy)	502
6.13.3	La serie di Dirichlet e la serie armonica	503
6.13.4	Criterio del confronto (o di Gauss)	504
6.13.5	Secondo criterio del confronto.....	505
6.13.6	Criterio del rapporto (o di D'Alembert)	506
6.13.7	Criterio della radice (o di Cauchy)	507
6.14	Criteri di convergenza delle serie a termini alterni e qualunque	508
6.14.1	Criterio di Leibnitz.....	508
6.14.2	La convergenza assoluta	509
6.14.3	Criteri di Cauchy e D'Alembert per serie a termini a segni alterni o qualunque	510
6.15	Sviluppo in serie di funzioni.....	511
6.15.1	Le serie di funzioni	511
6.15.2	Le serie di potenze	513
6.15.3	La serie di Mac Laurin	515
6.15.4	Sviluppo in serie di Mac Laurin di alcune funzioni elementari.....	517
6.15.5	La formula di Eulero.....	520
6.15.6	La serie di Taylor.....	521
6.15.7	Applicazioni della serie di Taylor.....	522
6.15.8	La serie di Fourier	528

Capitolo 7 Elementi del calcolo delle probabilità e di statistica

7.1	Definire la probabilità.....	533
7.1.1	Esperimento, insieme universo ed eventi.....	533

7.1.2	Particolari tipi di eventi e relazioni tra eventi	534
7.1.3	Definizione classica della probabilità.....	535
7.1.4	Definizione frequentista (o statistica) della probabilità	540
7.1.5	Definizione soggettiva di probabilità (o probabilità su scommessa)	545
7.1.6	Definizione assiomatica di probabilità.....	548
7.2	Teoremi fondamentali della teoria della probabilità	550
7.2.1	Probabilità dell'evento somma e probabilità dell'evento prodotto	550
7.2.2	Probabilità condizionata e probabilità composta	551
7.2.3	Indipendenza stocastica.....	554
7.2.4	Formula della probabilità totale.....	556
7.2.5	Teorema di Bayes	558
7.3	Fasi e strumenti dell'indagine statistica	561
7.3.1	Popolazioni, caratteri e modalità	561
7.3.2	Caratteri quantitativi e qualitativi.....	562
7.3.3	Intensità, frequenze assolute e relative	565
7.3.4	Tabelle e distribuzioni	568
7.3.5	Grafici	569
7.3.6	Grafici per caratteri qualitativi	570
7.3.7	Grafici per caratteri quantitativi discreti.....	574
7.3.8	Grafici per caratteri quantitativi continui.....	576
7.3.9	Le fasi di una indagine statistica	579
7.3.10	Analisi statistica univariata.....	581
7.4	Indici di posizione	582
7.4.1	La media aritmetica	583
7.4.2	La media geometrica	586
7.4.3	La media armonica	588
7.4.4	La media quadratica	590
7.4.5	Relazione tra le medie algebriche.....	591
7.4.6	La moda	591
7.4.7	La mediana	593
7.4.8	I quantili	597
7.5	Indici di variabilità	598
7.5.1	Campo di variabilità e differenze interquartili.....	599
7.5.2	Scarto semplice medio	599
7.5.3	Devianza.....	601
7.5.4	Varianza e scarto quadratico medio.....	601
7.5.5	Indici di dispersione relativi	604
7.5.6	Le differenze medie	605
7.5.7	La concentrazione.....	608
7.6	Indici di forma	615
7.6.1	Asimmetria.....	615
7.6.2	Curtoosi.....	616
7.7	Rapporti statistici.....	618
7.7.1	Tipologie di rapporti statistici	618
7.7.2	I numeri indici	624
7.7.3	I numeri indici complessi	629

Capitolo 8 Variabili aleatorie e distribuzioni di probabilità



Capitolo 9 Analisi statistica bivariata, regressione e statistica inferenziale



Parte seconda

Matematica applicata

Capitolo 1 Matematica finanziaria

1.1	Operazioni finanziarie	633
1.1.1	Criteri di preferenza assoluta	635
1.2	Legge di capitalizzazione semplice o lineare	635
1.2.1	Ricerca del tasso	638
1.2.2	Ricerca del tempo	640
1.2.3	Ricerca del capitale iniziale	642
1.3	Legge di capitalizzazione composta o esponenziale	643
1.3.1	Ricerca del tasso	645
1.3.2	Ricerca del tempo	646
1.3.3	Ricerca del capitale iniziale	647
1.4	Scindibilità	648
1.5	Confronto grafico fra capitalizzazione semplice e composta	649
1.6	Tassi equivalenti	650
1.6.1	Tassi equivalenti in capitalizzazione semplice	650
1.6.2	Tassi equivalenti in capitalizzazione composta	651
1.6.3	Tasso annuo nominale convertibile k volte	653
1.6.4	Studio di J_k al variare del frazionamento k	656
1.7	Leggi di attualizzazione o di sconto	657
1.7.1	Sconto commerciale	658
1.7.2	Legge di attualizzazione semplice o sconto razionale	660
1.7.3	Legge di attualizzazione composta	661
1.7.4	Legge di capitalizzazione coniugata allo sconto commerciale	662
1.7.5	Tassi equivalenti in regimi diversi: relazioni tra d e i	664
1.8	Leggi coniugate	665
1.9	Principio di equivalenza finanziaria	665
1.10	Rendite certe	669
1.10.1	Montante di una rendita	670
1.10.2	Valore attuale di una rendita	675
1.11	Estinzione o rimborso di un prestito	681
1.11.1	Ammortamento italiano o uniforme o a quote di capitale costanti	685
1.11.2	Ammortamento francese o progressivo o a rata costante	687
1.11.3	Ammortamento americano o a due tassi o a quote di accumulazione	691
1.11.4	Estinzione di un prestito diviso in titoli	694
1.12	Leasing	696
1.13	Scelta tra investimenti	697
1.13.1	REA o VAN	697
1.13.2	Tasso implicito o TIR	697
1.13.3	Tempo di recupero del capitale	698

Allegato A - Formulario di Matematica finanziaria	699
Capitolo 2 Matematica attuariale	
2.1 Operazioni finanziarie aleatorie: le assicurazioni	705
2.2 Probabilità di vita e di morte	707
2.3 Assicurazione elementare di vita o fattore attuariale di sconto	711
2.4 Assicurazioni di rendita vitalizia.....	714
2.4.1 Rendita vitalizia immediata illimitata o a “vita intera”.....	714
2.4.2 Rendita vitalizia differita illimitata o pensione	716
2.4.3 Rendita vitalizia immediata temporanea.....	717
2.4.4 Rendita vitalizia differita e temporanea.....	719
2.5 Assicurazione elementare di morte.....	720
2.5.1 Assicurazione in caso di morte a vita intera	721
2.5.2 Assicurazione in caso di morte immediata e temporanea.....	722
2.5.3 Assicurazione in caso di morte differita e temporanea	724
2.5.4 Assicurazione in caso di morte differita.....	725
2.5.5 Pagamento all’atto del decesso	726
2.6 Assicurazioni miste	727
2.6.1 Assicurazione mista semplice	728
2.6.2 Assicurazione mista doppia	729
2.6.3 Assicurazione mista a capitale raddoppiato	729
2.7 Premi periodici puri.....	730
2.8 Premi di tariffa	731
2.9 Riserva matematica	732
2.10 Rischio aggravato	734
Allegato B - Formulario di Matematica attuariale	735
Capitolo 3 Ricerca operativa	
3.1 Definizione	740
3.2 Fasi di un problema di ricerca operativa	741
3.2.1 Definizione del problema e raccolta dei dati.....	741
3.2.2 Costruzione del modello	741
3.2.3 Ricerca della soluzione ottima e verifica	742
3.3 Modello matematico del problema.....	742
3.3.1 Richiami di disequazioni lineari in due variabili	744
3.3.2 Richiami sui sistemi di disequazioni lineari in due variabili	746
3.4 Le decisioni.....	751
3.4.1 In condizione di certezza.....	752
3.4.2 In condizione di incertezza	752
3.4.3 Decisioni in condizioni di certezza con effetti immediati	752
3.4.4 Decisioni in condizioni di certezza con effetti differiti.....	759
3.4.5 Decisioni in condizioni di incertezza.....	765
3.5 La programmazione lineare	769
Appendice - Storia della matematica.....	777

Parte Terza

Esempi di Unità di Apprendimento

Premessa La consapevolezza progettuale del docente	805
Unità di Apprendimento 1 Espressioni logiche	815
Unità di Apprendimento 2 Parliamo il “geometricchese”: lessico geometrico “poco” familiare!	
Unità di Apprendimento 3 Cogito ergo sum	

Parte Prima

Matematica

1

Capitolo

Insiemi, relazioni, funzioni

1.1 Concetti fondamentali

I concetti di oggetto, insieme e proprietà costituiscono gli aspetti fondanti della teoria degli insiemi. Con il termine **oggetto** si indica qualsiasi elemento, mentre il termine **insieme** indica ogni raggruppamento, collezione, aggregato di elementi, indipendentemente dalla loro natura.

Un **diagramma di Eulero-Venn** (o semplicemente **diagramma di Venn**) è una rappresentazione grafica di un insieme che consiste nel racchiuderne gli elementi all'interno di una linea chiusa non intrecciata (Figura 1).

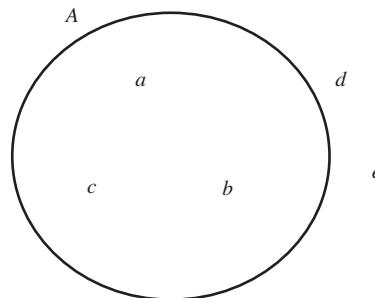


Figura 1 L'insieme A

In Figura 1 l'insieme A è composto dagli elementi indicati con a, b, c . Questo viene indicato nella rappresentazione tabulare con la notazione $A = \{a, b, c\}$. In riferimento ad un singolo elemento dell'insieme, la notazione $a \in A$ indica che l'elemento a “appartiene” all'insieme A . Per indicare che un elemento d non appartiene ad un insieme A si usa scrivere $d \notin A$.

La **proprietà** è un altro concetto innato ed indica una caratteristica che hanno tutti gli elementi appartenenti ad un insieme. Difatti una proprietà identifica un insieme, come nell'esempio seguente:

$$B = \{x : \text{“}x \text{ è un numero intero compreso tra 1 e 10”}\}$$

Il simbolo $:$ significa “tale che”. Pertanto, l'insieme B contiene quegli elementi x tali da avere la seguente proprietà: “ x è un numero intero compreso tra 1 e 10”, ossia B contiene i numeri interi compresi tra 1 e 10.

Più in generale si può disporre di un insieme S nel quale è possibile stabilire, per ciascuno dei suoi elementi, se possiede o meno una determinata proprietà P . In tal caso si dice che la proprietà P è **definita** nell'insieme S .

il **nuovo** concorso a cattedra

Il presente volume si pone come utile strumento di studio per quanti si apprestano alla preparazione al concorso a cattedra per le classi il cui programma d'esame comprende la **Matematica applicata**, e contiene sia le principali **conoscenze teoriche** necessarie per superare tutte le fasi della selezione concorsuale che preziosi **spunti operativi** per l'ordinaria attività d'aula.

Il testo è strutturato in parti. La **prima parte**, dedicata alla **Matematica**, affronta i contenuti disciplinari con approcci formali e rigorosi, ma anche pratici e intuitivi, con l'obiettivo di venire incontro alle diverse esperienze formative e ai diversi percorsi di studio che una platea piuttosto disomogenea di candidati può trovarsi di fronte. La **seconda parte** tratta gli argomenti fondamentali della **Matematica finanziaria e attuariale** e della **Ricerca operativa**. Un'utile **Appendice**, inserita alla fine della seconda parte, espone le principali figure della storia della matematica e della matematica applicata.

L'ultima parte del testo è infine incentrata sulla **pratica dell'attività d'aula** e contiene esempi di **Unità di Apprendimento** utilizzabili come modello per una didattica metacognitiva e partecipativa.

Il testo è completato da un **software di simulazione** per la verifica delle conoscenze acquisite e da ulteriori **materiali didattici, approfondimenti e risorse** di studio accessibili **online** dalla propria area riservata.

I servizi web sono disponibili per 12 mesi dall'attivazione del codice.

PER COMPLETARE LA PREPARAZIONE:

CC1/1 • **AVVERTENZE GENERALI**



www.edises.it
info@edises.it



Per essere sempre aggiornato
seguici su Facebook
facebook.com/ilconcorsoacattedra

Clicca su mi piace per ricevere gli aggiornamenti.



€ 40,00

ISBN 978-88-9362-347-6



9 788893 623476