

il **nuovo** concorso  
a cattedra

# Scienze Matematiche applicate

Manuale per la preparazione alle prove scritte e orali

Classe di concorso:

**A47** Scienze matematiche applicate

Emiliano Barbuto e Santo Calabrese

II Edizione



Comprende **software**  
per effettuare  
esercitazioni online





# Accedi ai servizi riservati



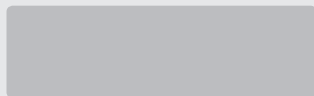
COLLEGATI AL SITO  
**EDISES.IT**

ACCEDI AL  
**MATERIALE DIDATTICO**

SEGUI LE  
**ISTRUZIONI**

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edises.it** e accedere ai **servizi e contenuti riservati**.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie



Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.

L'**accesso ai servizi riservati** ha la durata di **un anno** dall'attivazione del codice e viene garantito esclusivamente sulle edizioni in corso.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edises.it** e segui queste semplici istruzioni

## Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

## Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito o autenticati tramite facebook
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*



il **nuovo** concorso  
a cattedra

# Scienze Matematiche applicate

Manuale per la preparazione alle prove scritte e orali

di Emiliano Barbuto e Santo Calabrese



Il nuovo Concorso a Cattedra – Scienze matematiche applicate – II Edizione  
Copyright © 2019, 2016, EdISES S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0  
2023 2022 2021 2020 2019

*Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata*

*A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale,  
del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.*

L'Editore

*Autori:*

Emiliano Barbuto

Santo Calabrese

Daniela Decembrino (per le Unità di Apprendimento)

*Progetto grafico:* ProMedia Studio di A. Leano - Napoli

*Grafica di copertina e fotocomposizione:*  curvilinee

*Redazione:* EdISES - Napoli

*Stampato presso* Litografia Sograte S.r.l. – Città di Castello (PG)

*Per conto della* EdISES – Piazza Dante, 89 – Napoli

ISBN 978 88 9362 347 6

**www.edises.it**  
**info@edises.it**

---

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi all'indirizzo [redazione@edises.it](mailto:redazione@edises.it)

# Finalità e struttura dell'opera

Il presente volume si pone come utile strumento di studio per quanti si apprestano alla preparazione al concorso a cattedra per le classi il cui programma d'esame comprende la **Matematica applicata**, e contiene sia le principali **conoscenze teoriche** necessarie per superare tutte le fasi della selezione concorsuale che preziosi **spunti operativi** per l'ordinaria attività d'aula.

Il testo è strutturato in parti. La **prima parte**, dedicata alla **Matematica**, affronta i contenuti disciplinari con approcci formali e rigorosi, ma anche pratici e intuitivi, con l'obiettivo di venire incontro alle diverse esperienze formative e ai diversi percorsi di studio che una platea piuttosto disomogenea di candidati può trovarsi di fronte. La trattazione è, di tanto in tanto, interrotta da note di vario genere che tendono a concretizzare aspetti formali o a riportare la matematica all'interno di questioni pratiche e reali.

La **seconda parte** tratta gli argomenti fondamentali della **Matematica finanziaria e attuariale** e della **Ricerca operativa**. Un'utile **Appendice**, inserita alla fine della seconda parte, espone le principali figure della storia della matematica e della matematica applicata.

L'ultima parte del testo è infine incentrata sulla **pratica dell'attività d'aula** e contiene un esempio di **Unità di Apprendimento** utilizzabile come modello per una didattica metacognitiva e partecipativa. Ulteriori Unità di Apprendimento potranno essere consultate registrandosi al nostro sito, dalla propria area riservata.


Il testo è completato da un **software di simulazione** mediante cui effettuare esercitazioni di verifica delle conoscenze acquisite e da ulteriori **servizi riservati** online.

Questo lavoro, ricco, complesso, denso di rinvii normativi e spunti operativi per l'attività dei futuri insegnanti, tratta materie in continua evoluzione.

Ulteriori **materiali didattici** e **approfondimenti** sono disponibili nell'area riservata a cui si accede mediante la registrazione al sito *edises.it* secondo la procedura indicata nel frontespizio del volume.

Altri aggiornamenti sulle procedure concorsuali saranno disponibili sui nostri profili social

**Facebook.com/ilconcorsoacattedra**

Clicca su  (**Facebook**) per ricevere gli aggiornamenti  
[www.concorsoacattedra.it](http://www.concorsoacattedra.it)





# Indice

## Parte Prima Matematica

### Capitolo 1 Insiemi, relazioni, funzioni

1.1	Concetti fondamentali .....	3
1.2	Relazione di inclusione .....	4
1.3	Operazioni tra insiemi .....	5
1.4	Insieme delle parti .....	8
1.5	Coppia ordinata e prodotto cartesiano .....	8
1.6	Relazione binaria .....	9
1.7	Relazioni di equivalenza .....	11
1.8	Relazioni d'ordine largo .....	12
1.9	Relazioni d'ordine stretto .....	13
1.10	Funzioni .....	13
1.11	Funzioni suriettive, iniettive e biiettive .....	15
1.12	Funzioni composte .....	17
1.13	Funzione inversa e identità .....	17
1.14	Cardinalità di un insieme .....	18
1.14.1	Insiemi equipotenti e numeri cardinali .....	18
1.14.2	Operazioni tra numeri cardinali .....	19
1.14.3	Insiemi finiti e insiemi numerabili .....	20
1.14.4	Insiemi numerici numerabili .....	22
1.14.5	Insiemi numerici non numerabili .....	25
1.14.6	L'ipotesi del continuo .....	29
1.15	Calcolo combinatorio .....	30
1.15.1	Principio di moltiplicazione .....	30
1.15.2	Fattoriale di un numero .....	31
1.15.3	Disposizioni con ripetizione .....	31
1.15.4	Disposizioni .....	32
1.15.5	Permutazioni .....	33
1.15.6	Permutazioni con ripetizione .....	33
1.15.7	Combinazioni .....	34
1.15.8	Combinazioni con ripetizione .....	35
1.15.9	Il coefficiente binomiale .....	35
1.15.10	Formula del binomio di Newton .....	36
1.15.11	Somma di coefficienti binomiali .....	37
1.15.12	Il triangolo di Tartaglia .....	37
1.16	Il metodo assiomatico .....	39
1.16.1	Le teorie matematiche .....	39

1.16.2	La definizione dei termini .....	39
1.16.3	Distinzione tra termine e concetto: teorie realistiche e teorie formali ....	40

## **Capitolo 2 Geometria euclidea e geometrie non euclidee**

2.1	Gli <i>Elementi</i> di Euclide .....	43
2.1.1	La struttura degli <i>Elementi</i> di Euclide .....	43
2.1.2	Definizioni, assiomi e postulati nel primo libro degli <i>Elementi</i> .....	43
2.1.3	Il quinto postulato di Euclide.....	46
2.1.4	Il quinto postulato e la struttura del primo libro degli <i>Elementi</i> .....	47
2.2	Trasformazioni affini tra piani e affinità nel piano.....	51
2.2.1	Trasformazioni affini .....	51
2.2.2	Affinità .....	55
2.2.3	Proprietà delle affinità .....	56
2.2.4	Punti uniti di una trasformazione .....	60
2.2.5	Le similitudini e il gruppo Euclideo .....	63
2.2.6	Particolari similitudini: omotetie .....	68
2.2.7	Isometrie.....	71
2.2.8	Isometrie dirette.....	72
2.2.9	Isometrie inverse .....	80
2.2.10	Riepilogo.....	84
2.3	L'idea della geometria proiettiva .....	86
2.3.1	La prospettiva .....	86
2.3.2	La retta proiettiva.....	86
2.3.3	Il piano proiettivo .....	89
2.3.4	Coordinate omogenee nel piano proiettivo.....	93
2.3.5	Spazio proiettivo e coordinate omogenee nello spazio .....	95
2.3.6	Definizione operativa di spazio proiettivo.....	95
2.4	Operare con le coordinate omogenee.....	97
2.4.1	Rette nel piano .....	97
2.4.2	Coniche in coordinate omogenee .....	99
2.5	Le proiettività .....	101
2.5.1	Proiettività sulla retta proiettiva .....	101
2.5.2	Punti uniti.....	102
2.5.3	Il birapporto .....	105
2.5.4	Proiettività sul piano .....	107
2.5.5	Punti uniti e rette unite .....	110
2.5.6	Studio della prospettiva .....	116

## **Capitolo 3 Insiemi numerici**

3.1	Leggi di composizione interne ed esterne .....	123
3.2	L'insieme dei numeri naturali.....	123
3.2.1	Assiomi di Peano .....	124
3.2.2	Addizione di naturali .....	125
3.2.3	Moltiplicazione di naturali .....	127
3.2.4	Relazione d'ordine nei naturali .....	128
3.2.5	La divisione euclidea.....	129
3.2.6	La potenza .....	131

3.3	Rappresentazione dei numeri naturali.....	131
3.3.1	I primi modi di rappresentare i numeri naturali.....	131
3.3.2	Il sistema di numerazione dell'antica Roma.....	132
3.3.3	Il sistema di numerazione decimale.....	133
3.3.4	Il sistema di numerazione binario.....	134
3.3.5	Conversioni.....	135
3.4	L'insieme dei numeri interi.....	136
3.5	I numeri razionali.....	140
3.5.1	Definizione dell'insieme dei numeri razionali.....	140
3.5.2	Operazioni nell'insieme dei numeri razionali.....	141
3.5.3	La relazione d'ordine nell'insieme dei numeri razionali.....	142
3.5.4	Scrittura posizionale dei numeri razionali.....	143
3.6	Le problematiche che portano alla nascita dei numeri reali.....	145
3.6.1	La scrittura posizionale.....	145
3.6.2	L'estrazione di radice.....	145
3.6.3	Le grandezze incommensurabili.....	145
3.6.4	Le soluzioni di equazioni a coefficienti interi.....	147
3.6.5	La quadratura del cerchio.....	148
3.7	La costruzione dell'insieme dei numeri reali.....	148
3.7.1	Primo approccio: la notazione posizionale.....	148
3.7.2	Secondo approccio: i tagli di Dedekind.....	148
3.7.3	Terzo approccio: le successioni di numeri razionali.....	152
3.8	Numeri irrazionali, numeri algebrici e numeri trascendenti.....	152
3.8.1	I numeri irrazionali.....	152
3.8.2	Numeri che sono zeri di un polinomio: i numeri algebrici.....	153
3.8.3	Numeri che non sono zeri di un polinomio: i numeri trascendenti.....	154
3.9	Le strutture algebriche.....	155
3.9.1	Definizione di struttura algebrica.....	155
3.9.2	Proprietà associativa e semigrupperi.....	155
3.9.3	Esistenza dell'elemento neutro e monoidi.....	156
3.10	I gruppi.....	157
3.10.1	Esistenza dell'elemento inverso.....	157
3.10.2	Definizione di gruppo.....	157
3.10.3	Proprietà commutativa e gruppi abeliani.....	158
3.10.4	Gruppi finiti, infiniti e finitamente generati, insiemi di generatori.....	159
3.11	Aritmetica modulare.....	160
3.11.1	Congruenza modulo $n$ .....	160
3.11.2	Teoremi dell'aritmetica modulare.....	160
3.11.3	Classi di congruenza modulo $n$ e insieme quoziente.....	161
3.11.4	Gruppi definiti mediante la relazione di congruenza.....	162
3.12	Gruppi ciclici.....	164
3.12.1	Caratteristiche di un gruppo ciclico e periodo degli elementi.....	164
3.12.2	Gruppi additivi.....	165
3.12.3	Gruppi moltiplicativi.....	165
3.13	Tavole di Cayley.....	167
3.14	Prodotto di gruppi.....	168
3.15	I sottogruppi e i laterali destro e sinistro.....	169

## **X**    **Indice**

3.15.1	Definizione di sottogruppo .....	169
3.15.2	Classi laterali .....	169
3.15.3	Sottogruppi normali .....	171
3.16	Gruppi risolubili .....	175
3.17	I gruppi simmetrici .....	176
3.17.1	Permutazioni .....	176
3.17.2	Il gruppo simmetrico delle permutazioni .....	177
3.17.3	Cicli e trasposizioni .....	178
3.17.4	Le permutazioni pari e il gruppo alterno.....	182
3.17.5	Risolubilità dei gruppi simmetrici $S_2$ , $S_3$ e $S_4$ .....	183
3.17.6	Il gruppo simmetrico $S_5$ .....	185
3.18	Gruppo diedrale .....	186
3.18.1	Definizione .....	186
3.18.2	Interpretazione geometrica .....	187
3.19	Isomorfismo tra gruppi e gruppi isomorfi.....	192
3.20	Anelli .....	196
3.20.1	Definizione .....	196
3.20.2	Anello dei polinomi .....	197
3.21	Corpi e campi .....	199
3.21.1	Definizioni .....	199
3.21.2	Estensione di un campo.....	200
3.21.3	Campo di spezzamento (o campo di riducibilità completa) .....	202
3.22	Teoria di Galois .....	204
3.22.1	L'idea .....	204
3.22.2	Gruppo di Galois.....	205
3.22.3	Risolubilità per radicali di un'equazione di grado $n$ .....	207

### **Capitolo 4 Il metodo delle coordinate**

4.1	Gli spazi vettoriali .....	209
4.1.1	Definizione di spazio vettoriale .....	209
4.1.2	Sottospazio.....	212
4.1.3	Combinazione lineare di vettori .....	213
4.1.4	Dipendenza e indipendenza lineare.....	214
4.1.5	Generatori e basi.....	215
4.1.6	Dimensione di uno spazio vettoriale.....	217
4.2	Applicazioni lineari .....	218
4.2.1	Definizione di applicazione lineare .....	218
4.2.2	Composizione di applicazioni lineari .....	219
4.2.3	Un esempio di spazio vettoriale: lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari .....	219
4.2.4	Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare .....	220
4.2.5	Particolari applicazioni lineari .....	221
4.3	Matrici .....	222
4.3.1	Definizioni .....	222
4.3.2	Lo spazio vettoriale delle matrici .....	223
4.3.3	Moltiplicazione tra matrici .....	226
4.3.4	Corrispondenza tra matrici ed applicazioni lineari .....	231

4.3.5	Isomorfismo tra matrici e applicazioni lineari .....	235
4.3.6	Matrici associate ad endorfismi, matrici simili .....	235
4.3.7	Composizione di applicazioni lineari e matrici.....	236
4.4	Determinanti .....	236
4.4.1	Definizione e calcolo del determinante di una matrice .....	236
4.4.2	Proprietà del determinante di una matrice.....	242
4.4.3	Rango di una matrice.....	245
4.5	Sistemi lineari .....	249
4.5.1	Definizione di sistema lineare .....	249
4.5.2	Sistemi lineari compatibili .....	250
4.5.3	Soluzioni di sistemi lineari quadrati .....	251
4.5.4	Soluzioni di sistemi lineari generici .....	252
4.5.5	Procedura per la risoluzione di un generico sistema .....	253
4.5.6	Matrice inversa .....	259
4.5.7	Sistemi lineari omogenei .....	262
4.6	Diagonalizzazione di matrici .....	265
4.6.1	Autovettore, autovalore e autospazio.....	265
4.6.2	Matrici diagonalizzabili.....	266
4.6.3	Algoritmo per diagonalizzare le matrici .....	267
4.6.4	Polinomi e condizioni di diagonalizzazione.....	269
4.6.5	Segnatura di una matrice .....	269
4.7	Punti, rette e vettori nello spazio euclideo .....	275
4.8	Geometria analitica nel piano .....	277
4.8.1	Punti nel piano cartesiano.....	277
4.8.2	Vettori nel piano cartesiano .....	278
4.8.3	Le curve algebriche.....	281
4.9	Curve algebriche di primo grado: le rette .....	282
4.9.1	Equazione di una retta in forma parametrica .....	282
4.9.2	Equazione di una retta in forma implicita .....	283
4.9.3	Intersezione di due rette .....	283
4.9.4	Rette: casi particolari .....	286
4.9.5	Equazione della retta in forma segmentaria .....	287
4.9.6	Equazione della retta in forma esplicita .....	288
4.9.7	Fasci di rette .....	289
4.9.8	Alcune relazioni utili sulla retta .....	291
4.10	Curve algebriche di secondo grado: le coniche .....	293
4.10.1	Classificazione di una conica.....	293
4.10.2	Riduzione a forma normale di una conica.....	296
4.10.3	Le coniche come sezioni di un cono a due falde.....	302
4.11	Geometria analitica nello spazio .....	304
4.11.1	Punti nello spazio .....	304
4.11.2	Vettori nello spazio .....	305
4.12	Superfici algebriche di primo grado: i piani .....	309
4.12.1	Equazione parametrica del piano .....	309
4.12.2	Equazione generale del piano.....	309
4.12.3	Equazioni di piani particolari.....	313
4.12.4	Intersezione di due piani e condizione di parallelismo .....	314

## XII Indice

4.13	Le rette nello spazio.....	315
4.13.1	Equazioni parametriche della retta .....	315
4.13.2	Equazioni normali della retta.....	316
4.13.3	Equazioni generali ed equazioni ridotte della retta .....	316
4.13.4	Intersezione tra retta e piano (rette e piani paralleli).....	320
4.13.5	Rette parallele e perpendicolari.....	321
4.13.6	Piani paralleli e perpendicolari.....	323
4.13.7	Rette e piani perpendicolari.....	323
4.13.8	Distanza di un punto da un piano .....	324
4.14	Superfici algebriche di secondo ordine: le quadriche.....	324
4.14.1	Classificazione di una quadrica .....	324

### Capitolo 5 Funzioni reali e calcolo numerico

5.1	Intervalli e intorni.....	331
5.1.1	Tipologie di intervalli .....	331
5.1.2	Intorni e intorni circolari .....	333
5.2	Funzioni reali di variabili reali .....	333
5.2.1	Generalità .....	333
5.2.2	Campo di esistenza ed immagine.....	335
5.2.3	Funzioni composte.....	336
5.2.4	Funzioni invertibili.....	336
5.2.5	Funzioni monotone .....	337
5.2.6	Funzioni pari e dispari.....	340
5.2.7	Funzioni periodiche.....	341
5.2.8	Funzioni elementari.....	342
5.2.9	Determinazione del campo di esistenza delle funzioni reali .....	349
5.3	Errori nel calcolo numerico .....	351
5.3.1	Premessa .....	351
5.3.2	Rappresentazione esponenziale dei numeri reali.....	351
5.3.3	I numeri in virgola mobile.....	353
5.3.4	Perdita di informazione nel calcolo con numeri <i>floating point</i> .....	355
5.3.5	Arrotondare e troncare.....	357
5.3.6	Errore assoluto ed errore relativo .....	359
5.3.7	Errore assoluto limite ed errore relativo limite.....	361
5.3.8	Cifre decimali corrette e cifre significative corrette .....	365
5.4	Propagazione dell'errore .....	366
5.4.1	Alcune regole basilari di propagazione dell'errore .....	366
5.4.2	Problema, algoritmo ed elaboratore.....	368
5.4.3	Condizionamento di un problema .....	369
5.4.4	Stabilità di un algoritmo .....	373

### Capitolo 6 Successioni e serie numeriche, calcolo differenziale per funzioni di una variabile

6.1	Limite di una funzione .....	377
6.1.1	Punti di accumulazione .....	377
6.1.2	Definizione di limite .....	378
6.1.3	Limiti per funzioni divergenti in un punto .....	379

6.1.4	Verifica del limite .....	381
6.1.5	Limite destro e limite sinistro.....	384
6.1.6	Teoremi sui limiti .....	386
6.1.7	Operazioni sui limiti .....	388
6.1.8	Generalizzare le operazioni sui limiti .....	389
6.1.9	Limiti di funzioni elementari e limiti notevoli .....	391
6.1.10	Calcolo di limiti.....	394
6.2	Successioni e limiti di successioni .....	398
6.2.1	Definizione e generalità.....	398
6.2.2	Limite di una successione di numeri reali.....	401
6.3	Continuità delle funzioni reali .....	402
6.3.1	Funzione continua .....	402
6.3.2	Funzione uniformemente continua.....	407
6.3.3	Punti di discontinuità .....	408
6.3.4	Individuare i punti di discontinuità di una funzione .....	410
6.4	Derivata .....	411
6.4.1	Rapporto incrementale.....	411
6.4.2	Definizioni di derivata e di derivabilità.....	412
6.4.3	Derivata destra e sinistra.....	413
6.4.4	Continuità e derivabilità .....	413
6.4.5	Dal rapporto incrementale alla derivata.....	414
6.4.6	Interpretazione geometrica della derivata .....	416
6.4.7	Retta tangente ad una funzione in un punto .....	418
6.4.8	Regole di derivazione.....	419
6.4.9	Calcolo di derivate .....	419
6.4.10	Punti di discontinuità della derivata.....	422
6.4.11	Derivate di ordine superiore .....	425
6.4.12	Differenziale .....	426
6.5	Calcolo differenziale e studio di una funzione di variabile reale.....	427
6.5.1	Teorema di Rolle, Cauchy e Lagrange .....	427
6.5.2	Condizioni sulla monotonia di una funzione .....	431
6.5.3	Massimi e minimi assoluti di una funzione .....	432
6.5.4	Estremo inferiore ed estremo superiore .....	432
6.5.5	Massimo e minimo relativo.....	434
6.5.6	Ricerca dei punti di massimo e minimo relativo e assoluto .....	435
6.5.7	Condizioni su concavità e punti di flesso .....	439
6.5.8	I teoremi di l'Hopital.....	441
6.5.9	Asintoti di una funzione .....	444
6.5.10	Studio del grafico di una funzione .....	446
6.6	Il problema della misura.....	454
6.6.1	Introduzione.....	454
6.6.2	La misura di Peano-Jordan .....	454
6.6.3	La misura di Vitali-Lebesgue .....	460
6.7	Integrazione indefinita .....	462
6.7.1	Definizioni.....	462
6.7.2	Regole di integrazione.....	464
6.7.3	Metodi risolutivi per integrali di frazioni algebriche.....	470

## **XIV**    **Indice**

6.8	Integrazione definita.....	475
6.8.1	Somma inferiore e somma superiore .....	475
6.8.2	Dalle somme all'integrale di Riemann .....	477
6.8.3	Le somme di Cauchy-Riemann .....	478
6.8.4	Funzioni integrabili.....	480
6.8.5	Proprietà degli integrali definiti .....	481
6.8.6	Teoremi sull'integrazione definita .....	482
6.9	Integrali impropri .....	487
6.9.1	Caso di un intervallo semi-aperto.....	487
6.9.2	Caso di un intervallo aperto .....	488
6.9.3	Caso generale: funzione generalmente continua su un intervallo limitato o illimitato .....	489
6.10	Calcolo di volumi di solidi di rotazione .....	490
6.11	Lunghezza di una curva ed area della superficie di rotazione .....	492
6.12	Serie numeriche .....	495
6.12.1	Definizioni.....	495
6.12.2	Serie a termini positivi, a termini di segno alternato e a termini qualunque.....	497
6.12.3	La serie geometrica.....	498
6.12.4	Resto di una serie .....	499
6.12.5	Teoremi generali sul carattere delle serie .....	501
6.13	Criteri di convergenza delle serie a termini positivi .....	502
6.13.1	Premessa .....	502
6.13.2	Criterio del confronto con l'integrale (Cauchy) .....	502
6.13.3	La serie di Dirichlet e la serie armonica .....	503
6.13.4	Criterio del confronto (o di Gauss) .....	504
6.13.5	Secondo criterio del confronto.....	505
6.13.6	Criterio del rapporto (o di D'Alembert) .....	506
6.13.7	Criterio della radice (o di Cauchy) .....	507
6.14	Criteri di convergenza delle serie a termini alterni e qualunque .....	508
6.14.1	Criterio di Leibnitz.....	508
6.14.2	La convergenza assoluta .....	509
6.14.3	Criteri di Cauchy e D'Alembert per serie a termini a segni alterni o qualunque .....	510
6.15	Sviluppo in serie di funzioni.....	511
6.15.1	Le serie di funzioni .....	511
6.15.2	Le serie di potenze.....	513
6.15.3	La serie di Mac Laurin .....	515
6.15.4	Sviluppo in serie di Mac Laurin di alcune funzioni elementari.....	517
6.15.5	La formula di Eulero.....	520
6.15.6	La serie di Taylor.....	521
6.15.7	Applicazioni della serie di Taylor.....	522
6.15.8	La serie di Fourier .....	528

## **Capitolo 7**    **Elementi del calcolo delle probabilità e di statistica**

7.1	Definire la probabilità.....	533
7.1.1	Esperimento, insieme universo ed eventi.....	533



7.1.2	Particolari tipi di eventi e relazioni tra eventi .....	534
7.1.3	Definizione classica della probabilità.....	535
7.1.4	Definizione frequentista (o statistica) della probabilità.....	540
7.1.5	Definizione soggettiva di probabilità (o probabilità su scommessa) .....	545
7.1.6	Definizione assiomatica di probabilità.....	548
7.2	Teoremi fondamentali della teoria della probabilità .....	550
7.2.1	Probabilità dell'evento somma e probabilità dell'evento prodotto .....	550
7.2.2	Probabilità condizionata e probabilità composta .....	551
7.2.3	Indipendenza stocastica.....	554
7.2.4	Formula della probabilità totale.....	556
7.2.5	Teorema di Bayes .....	558
7.3	Fasi e strumenti dell'indagine statistica .....	561
7.3.1	Popolazioni, caratteri e modalità .....	561
7.3.2	Caratteri quantitativi e qualitativi.....	562
7.3.3	Intensità, frequenze assolute e relative .....	565
7.3.4	Tabelle e distribuzioni .....	568
7.3.5	Grafici .....	569
7.3.6	Grafici per caratteri qualitativi .....	570
7.3.7	Grafici per caratteri quantitativi discreti.....	574
7.3.8	Grafici per caratteri quantitativi continui.....	576
7.3.9	Le fasi di una indagine statistica .....	579
7.3.10	Analisi statistica univariata.....	581
7.4	Indici di posizione.....	582
7.4.1	La media aritmetica .....	583
7.4.2	La media geometrica .....	586
7.4.3	La media armonica .....	588
7.4.4	La media quadratica .....	590
7.4.5	Relazione tra le medie algebriche.....	591
7.4.6	La moda .....	591
7.4.7	La mediana .....	593
7.4.8	I quantili .....	597
7.5	Indici di variabilità .....	598
7.5.1	Campo di variabilità e differenze interquantili .....	599
7.5.2	Scarto semplice medio .....	599
7.5.3	Devianza.....	601
7.5.4	Varianza e scarto quadratico medio.....	601
7.5.5	Indici di dispersione relativi.....	604
7.5.6	Le differenze medie .....	605
7.5.7	La concentrazione.....	608
7.6	Indici di forma.....	615
7.6.1	Asimmetria.....	615
7.6.2	Curtosi.....	616
7.7	Rapporti statistici.....	618
7.7.1	Tipologie di rapporti statistici .....	618
7.7.2	I numeri indici .....	624
7.7.3	I numeri indici complessi .....	629

Capitolo 8 Variabili aleatorie e distribuzioni di probabilità



Capitolo 9 Analisi statistica bivariata, regressione e statistica inferenziale



## Parte seconda

# Matematica applicata

### Capitolo 1 Matematica finanziaria

1.1	Operazioni finanziarie .....	633
1.1.1	Criteri di preferenza assoluta .....	635
1.2	Legge di capitalizzazione semplice o lineare .....	635
1.2.1	Ricerca del tasso .....	638
1.2.2	Ricerca del tempo .....	640
1.2.3	Ricerca del capitale iniziale .....	642
1.3	Legge di capitalizzazione composta o esponenziale .....	643
1.3.1	Ricerca del tasso .....	645
1.3.2	Ricerca del tempo .....	646
1.3.3	Ricerca del capitale iniziale .....	647
1.4	Scindibilità .....	648
1.5	Confronto grafico fra capitalizzazione semplice e composta .....	649
1.6	Tassi equivalenti .....	650
1.6.1	Tassi equivalenti in capitalizzazione semplice .....	650
1.6.2	Tassi equivalenti in capitalizzazione composta .....	651
1.6.3	Tasso annuo nominale convertibile $k$ volte .....	653
1.6.4	Studio di $J_k$ al variare del frazionamento $k$ .....	656
1.7	Leggi di attualizzazione o di sconto .....	657
1.7.1	Sconto commerciale .....	658
1.7.2	Legge di attualizzazione semplice o sconto razionale .....	660
1.7.3	Legge di attualizzazione composta .....	661
1.7.4	Legge di capitalizzazione coniugata allo sconto commerciale .....	662
1.7.5	Tassi equivalenti in regimi diversi: relazioni tra $d$ e $i$ .....	664
1.8	Leggi coniugate .....	665
1.9	Principio di equivalenza finanziaria .....	665
1.10	Rendite certe .....	669
1.10.1	Montante di una rendita .....	670
1.10.2	Valore attuale di una rendita .....	675
1.11	Estinzione o rimborso di un prestito .....	681
1.11.1	Ammortamento italiano o uniforme o a quote di capitale costanti .....	685
1.11.2	Ammortamento francese o progressivo o a rata costante .....	687
1.11.3	Ammortamento americano o a due tassi o a quote di accumulazione .....	691
1.11.4	Estinzione di un prestito diviso in titoli .....	694
1.12	Leasing .....	696
1.13	Scelta tra investimenti .....	697
1.13.1	REA o VAN .....	697
1.13.2	Tasso implicito o TIR .....	697
1.13.3	Tempo di recupero del capitale .....	698

**Allegato A - Formulario di Matematica finanziaria**

699

**Capitolo 2 Matematica attuariale**

2.1	Operazioni finanziarie aleatorie: le assicurazioni .....	705
2.2	Probabilità di vita e di morte .....	707
2.3	Assicurazione elementare di vita o fattore attuariale di sconto .....	711
2.4	Assicurazioni di rendita vitalizia .....	714
2.4.1	Rendita vitalizia immediata illimitata o a "vita intera" .....	714
2.4.2	Rendita vitalizia differita illimitata o pensione .....	716
2.4.3	Rendita vitalizia immediata temporanea .....	717
2.4.4	Rendita vitalizia differita e temporanea .....	719
2.5	Assicurazione elementare di morte .....	720
2.5.1	Assicurazione in caso di morte a vita intera .....	721
2.5.2	Assicurazione in caso di morte immediata e temporanea .....	722
2.5.3	Assicurazione in caso di morte differita e temporanea .....	724
2.5.4	Assicurazione in caso di morte differita .....	725
2.5.5	Pagamento all'atto del decesso .....	726
2.6	Assicurazioni miste .....	727
2.6.1	Assicurazione mista semplice .....	728
2.6.2	Assicurazione mista doppia .....	729
2.6.3	Assicurazione mista a capitale raddoppiato .....	729
2.7	Premi periodici puri .....	730
2.8	Premi di tariffa .....	731
2.9	Riserva matematica .....	732
2.10	Rischio aggravato .....	734

**Allegato B - Formulario di Matematica attuariale**

735



**Capitolo 3 Ricerca operativa**

3.1	Definizione .....	740
3.2	Fasi di un problema di ricerca operativa .....	741
3.2.1	Definizione del problema e raccolta dei dati .....	741
3.2.2	Costruzione del modello .....	741
3.2.3	Ricerca della soluzione ottima e verifica .....	742
3.3	Modello matematico del problema .....	742
3.3.1	Richiami di disequazioni lineari in due variabili .....	744
3.3.2	Richiami sui sistemi di disequazioni lineari in due variabili .....	746
3.4	Le decisioni .....	751
3.4.1	In condizione di certezza .....	752
3.4.2	In condizione di incertezza .....	752
3.4.3	Decisioni in condizioni di certezza con effetti immediati .....	752
3.4.4	Decisioni in condizioni di certezza con effetti differiti .....	759
3.4.5	Decisioni in condizioni di incertezza .....	765
3.5	La programmazione lineare .....	769

Appendice - Storia della matematica .....	777
---	-----

## Parte Terza

### Esempi di Unità di Apprendimento

Premessa La consapevolezza progettuale del docente .....	805
Unità di Apprendimento 1 Espressioni logiche .....	815
Unità di Apprendimento 2 Parliamo il “geometriche” : lessico geometrico “poco” familiare! .....	
Unità di Apprendimento 3 Cogito ergo sum .....	

# **Parte Prima**

## **Matematica**



# 1

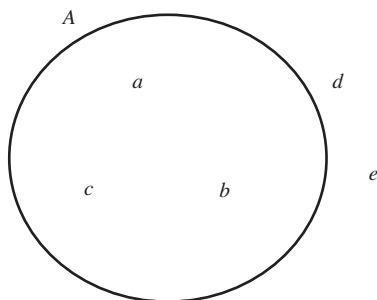
## Capitolo

# Insiemi, relazioni, funzioni

### 1.1 Concetti fondamentali

I concetti di oggetto, insieme e proprietà costituiscono gli aspetti fondanti della teoria degli insiemi. Con il termine **oggetto** si indica qualsiasi elemento, mentre il termine **insieme** indica ogni raggruppamento, collezione, aggregato di elementi, indipendentemente dalla loro natura.

Un **diagramma di Eulero-Venn** (o semplicemente **diagramma di Venn**) è una rappresentazione grafica di un insieme che consiste nel racchiuderne gli elementi all'interno di una linea chiusa non intrecciata (Figura 1).



**Figura 1** L'insieme A

In Figura 1 l'insieme  $A$  è composto dagli elementi indicati con  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Questo viene indicato nella rappresentazione tabulare con la notazione  $A = \{a, b, c\}$ . In riferimento ad un singolo elemento dell'insieme, la notazione  $a \in A$  indica che l'elemento  $a$  "appartiene" all'insieme  $A$ . Per indicare che un elemento  $d$  non appartiene ad un insieme  $A$  si usa scrivere  $d \notin A$ .

La **proprietà** è un altro concetto innato ed indica una caratteristica che hanno tutti gli elementi appartenenti ad un insieme. Difatti una proprietà identifica un insieme, come nell'esempio seguente:

$$B = \{x : "x \text{ è un numero intero compreso tra } 1 \text{ e } 10"\}$$

Il simbolo  $:$  significa "tale che". Pertanto, l'insieme  $B$  contiene quegli elementi  $x$  tali da avere la seguente proprietà: " $x$  è un numero intero compreso tra 1 e 10", ossia  $B$  contiene i numeri interi compresi tra 1 e 10.

Più in generale si può disporre di un insieme  $S$  nel quale è possibile stabilire, per ciascuno dei suoi elementi, se possiede o meno una determinata proprietà  $P$ . In tal caso si dice che la proprietà  $P$  è **definita** nell'insieme  $S$ .

# il **nuovo** concorso a cattedra

Il presente volume si pone come utile strumento di studio per quanti si apprestano alla preparazione al concorso a cattedra per le classi il cui programma d'esame comprende la **Matematica applicata**, e contiene sia le principali **conoscenze teoriche** necessarie per superare tutte le fasi della selezione concorsuale che preziosi **spunti operativi** per l'ordinaria attività d'aula.

Il testo è strutturato in parti. La **prima parte**, dedicata alla **Matematica**, affronta i contenuti disciplinari con approcci formali e rigorosi, ma anche pratici e intuitivi, con l'obiettivo di venire incontro alle diverse esperienze formative e ai diversi percorsi di studio che una platea piuttosto disomogenea di candidati può trovarsi di fronte. La **seconda parte** tratta gli argomenti fondamentali della **Matematica finanziaria e attuariale** e della **Ricerca operativa**. Un'utile **Appendice**, inserita alla fine della seconda parte, espone le principali figure della storia della matematica e della matematica applicata.

L'ultima parte del testo è infine incentrata sulla **pratica dell'attività d'aula** e contiene esempi di **Unità di Apprendimento** utilizzabili come modello per una didattica metacognitiva e partecipativa.

Il testo è completato da un **software di simulazione** per la verifica delle conoscenze acquisite e da ulteriori **materiali didattici**, **approfondimenti** e **risorse** di studio accessibili **online** dalla propria area riservata.

I servizi web sono disponibili per 12 mesi dall'attivazione del codice.

## PER COMPLETARE LA PREPARAZIONE:

CC 1/1 • **AVVERTENZE GENERALI**



[www.edises.it](http://www.edises.it)  
[info@edises.it](mailto:info@edises.it)

 Per essere sempre aggiornato seguici su Facebook  
[facebook.com/ilconcorsoacattedra](https://facebook.com/ilconcorsoacattedra)

Clicca su mi piace  per ricevere gli aggiornamenti.



€ 40,00

