il **nuovo** concorso
a cattedra

TRACCE **SVOLTE**

Matematica e Fisica

Ampia raccolta di **quesiti** a **risposta aperta** e **tracce svolte** per la **prova scritta**

Classi di concorso:

A26 Matematica
A20 Fisica
A27 Matematica e Fisica

Massimo **Panzica**

Comprende **estensioni** online

EdiSES
Professioni & Concorsi

il **nuovo** concorso
a cattedra

TRACCE **SVOLTE**

Matematica e **Fisica**

Ampia raccolta di **quesiti** a **risposta aperta** e **tracce svolte** per la **prova scritta**

EdiSES
Professioni & Concorsi

Il nuovo Concorso a Cattedra – Tracce svolte di Matematica e Fisica per la prova scritta

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2024 2023 2022 2021 2020

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

Massimo Panzica è docente di ruolo di Matematica e Fisica nella scuola secondaria di secondo grado. Ha conseguito il titolo di Dottore di ricerca in Fisica presso l'Università degli Studi di Palermo dove successivamente ha tenuto dei corsi di Analisi Matematica II e Fisica II ed è stato docente a contratto nell'ambito dei corsi di abilitazione all'insegnamento. Si dedica inoltre alla programmazione e ad iniziative di divulgazione scientifica.

Grafica di copertina: curvilinee

Fotocomposizione: doma book di Massimo Di Grazia

Stampato presso Vulcanica S.r.l. – Nola (NA)

Per conto della EdiSES – Piazza Dante, 89 – Napoli

www.edises.it
ISBN 978 88 3622 024 3
info@edises.it

Prefazione

Uno studio approfondito, una buona padronanza dei concetti e un'esperienza di risoluzione di quesiti articolati sono sicuramente alcuni degli ingredienti necessari per lo svolgimento di una buona prova concorsuale. Il più delle volte, però, per acquisire le competenze e le conoscenze indispensabili per affrontare un esame, non è sufficiente studiare i singoli argomenti ma occorre cimentarsi con tracce che presentino una certa complessità e per le quali è necessario individuare una vera e propria strategia risolutiva.
L'intento che ha guidato la progettazione e l'organizzazione di questo volume è appunto quello di permettere a chiunque si avvicini a due discipline così complesse come la Matematica e la Fisica di esercitarsi assiduamente per arrivare ad ottenere una preparazione adeguata e una ferrea padronanza dei principali argomenti di studio.
Il presente testo, infatti, propone una **vasta gamma di esercizi**, di **difficoltà medio-elevata**, **svolti** e **commentati** in maniera puntuale allo scopo di favorire una comprensione immediata dei singoli argomenti, che vengono spiegati sinteticamente, ma con estrema linearità.
La presenza di commenti chiari ed esaustivi, unita al richiamo alle principali nozioni teoriche di base, consente di risolvere in maniera rapida e agevole anche gli esercizi più ostici, facilitando il raggiungimento del risultato e l'eventuale operazione di correzione in caso di errore. L'utente viene guidato in ogni singolo passaggio matematico e condotto alla ricerca di una metodologia applicabile alla soluzione di problemi simili a quelli proposti, stimolando adeguatamente le sue capacità intuitive e di ragionamento.
Il volume è suddiviso in tre parti:

- la **prima** presenta gli esercizi, con relative soluzioni commentate, di alcuni tra i più importanti argomenti di **Matematica**, quali: Analisi matematica 1 e 2, Algebra lineare e geometria, Probabilità e statistica, Algoritmi e analisi numerica;
- la **seconda**, invece, è dedicata alla **Fisica**, con innumerevoli esercizi svolti e commentati riguardanti i seguenti argomenti: Meccanica, Termodinamica, Elettromagnetismo, Ottica, Fisica moderna, Meccanica quantistica;
- la **terza** contiene le **Prove ufficiali** dei precedenti concorsi a cattedra con soluzioni e commenti.

L'autore ringrazia l'amico e collega prof. Giacomo Principato per il prezioso contributo ricevuto.

Indice

Parte Prima
Matematica

Parte Seconda
Fisica

Capitolo 2 – Termodinamica

Capitolo 3 – Elettromagnetismo e Ottica

Capitolo 4 – Fisica moderna

Parte Prima

Matematica

SOMMARIO

Capitolo 1
Analisi matematica 1

1.1 Insiemi e numeri

1) Dimostrare, per induzione, che per ogni $n \in \mathbb{N}^+$:

(a) $3^1 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^n = \frac{3}{2}\left(3^n - 1\right)$;

(b) $\left(a+b\right)^n \geq a^n + b^n$, essendo a e b due numeri reali positivi.

2) Determinare, se esistono, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo ed il minimo dell'insieme $A = \left\{ \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}, \ \ n \in \mathbb{N} \right\}$.

Sup $A =$	Inf $A =$	Max $A =$	min $A =$

3) Sia dato l'insieme:

$$A = \left\{ 5 + \frac{6}{n^2}, \ \ n \in \mathbb{N}^+ \right\}.$$

Determinare l'insieme $\mathring{A}$ dei punti interni e l'insieme A' dei punti di accumulazione di A.

$\mathring{A} =$	$A' =$

4) Dimostrare, <u>applicando la definizione</u>, che gli insiemi $A = \left\{ \frac{2n-1}{n}, \ \ n \in \mathbb{N}^+ \right\}$ e $B = \left\{ \frac{2n+1}{n}, \ \ n \in \mathbb{N}^+ \right\}$ costituiscono classi separate e determinarne, quindi, l'elemento separatore x_0.

$x_0 =$

5) Determinare i punti del piano cartesiano che rappresentano i numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ che soddisfano la relazione: $\left|2z+1\right| = \left|z-1\right|$.

6) Determinare le radici cubiche w del numero complesso: $z = 4 + i4\sqrt{3}$.

1.2 Goniometria e trigonometria

1) Semplificare le seguenti espressioni:
(a) $\sin 180° - \cos 1440° + \tan 0° - \sin 270°$;
(b) $5\cos\frac{\pi}{2} - 3\cos\pi + 2\sin\frac{5\pi}{2}$;
(c) $\cos(\pi-\alpha) + \sin(\pi+\alpha) - 2\cos(-\alpha) + \cos(\pi/2-\alpha)$;
(d) $\cos[30° - (\gamma+\vartheta)] - \sin(\gamma+\vartheta) - \cos(30° + \gamma + \vartheta)$.

(a)	(b)
(c)	(d)

2) Risolvere le seguenti equazioni goniometriche:
(a) $2\sin^2 x = 3\cos x$;
(b) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 0$;
(c) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$;
(d) $\sqrt{3}\sin^2 x + \sin x \cos x = \sqrt{3}/2$.

(a)	(b)
(c)	(d)

3) Risolvere le seguenti disequazioni goniometriche:
(a) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 \le 0$;
(b) $2\sin x\cos x - \sqrt{3}\sin x > 0, \quad$ con $0 < x < 2\pi$;
(c) $\tan x - 1/\tan x < 0$.

(a)	(b)
(c)	

4) Determinare la famiglia di rette che formano un angolo ottuso con l'asse x ed un angolo $\gamma = 45°$ con la retta s passante per i punti $A(2,\ 3)$ e $B(6,\ 11)$.

$y =$

5) Sia dato un angolo $\widehat{AOB} = \alpha = \arccos(5/12)$, i cui lati sono $\overline{OA} = 18$ cm e $\overline{OB} = 4$ cm.
(a) Congiungere A con B e determinare perimetro ed area del triangolo AOB così costruito.
(b) Sia r la retta perpendicolare ad $\overline{OA}$ e passante per O. Congiungere B con un punto D su r in maniera tale che sia $\overline{BD} = 10/3$ cm e determinare l'angolo $\vartheta = \widehat{BDO}$ così formatosi.

$P =$	$A =$	$\vartheta =$

1.3 Funzioni esponenziali e logaritmi

1) Semplificare le seguenti espressioni:

(a) $\log_9\left(3\sqrt{3}\,\dfrac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt[5]{81}}\right)$;

(b) $\dfrac{1}{5}\left[\log x+\dfrac{1}{2}\left(\log x-\dfrac{1}{3}\log y\right)\right]-\dfrac{1}{15}\log x$;

(c) $\log_9 4\cdot\log_2 3+\log_4 49-\log_2 7$.

(a)	(b)
(c)	

2) Dimostrare che, dati a, b ed m positivi e diversi da 1:

(a) $a^{\log_m b}=b^{\log_m a}$;

(b) $\log_{ab} m=\dfrac{\log_a m\cdot\log_b m}{\log_a m+\log_b m}$.

3) Risolvere le seguenti equazioni esponenziali:

(a) $47-5^x\left(3\cdot 5^x+4\right)=-28-4\cdot 5^x$;

(b) $\dfrac{7}{6}\cdot 4^x+5^x=\dfrac{4}{3}\cdot 4^x$;

(c) $x^{8x}=1$.

$(a)\ x=$	$(b)\ x=$
$(c)\ x=$	

4) Risolvere le seguenti disequazioni esponenziali e logaritmiche:

(a) $\sqrt{9^{x+1}}\geq 25\cdot 5^{2x}$;

(b) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^x-\dfrac{3}{5}>\dfrac{2}{5^{1-x}}$;

(c) $\log x+\log(2x-1)\leq\log(2x+5)+\log 3$;

(d) $\log_{1/3}\left[\log_2(x-1)\right]<0$.

(a)	(b)
(c)	(d)

Soluzioni commentate

S2.1 Successioni e serie di funzioni

1)

(a) ◊ sì ☒ no	(b) ☒ sì ◊ no	$\ell = 0$

(a) Verifichiamo dapprima la convergenza puntuale:

$$\lim_{n\to+\infty} f_n(x) = \lim_{n\to+\infty} (n+2)^2 x^2 e^{-(n+2)x} = 0,$$

per cui la funzione limite è:

$$f(x) = 0.$$

La successione converge uniformemente in $\mathbb{R}$ se:

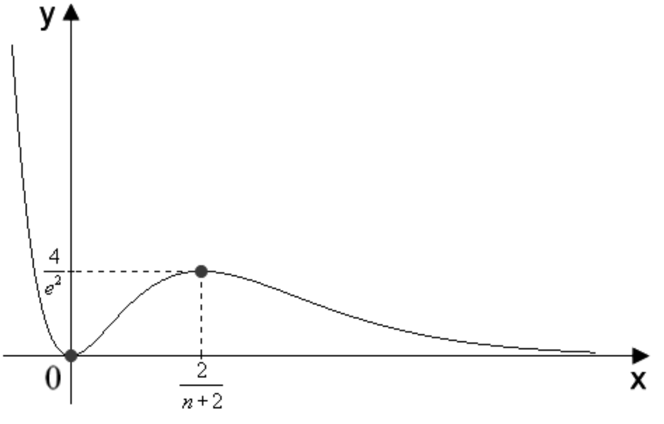
$$\lim_{n\to+\infty} \operatorname*{Sup}_{x\in\mathbb{R}} \left| f_n(x) - f(x) \right| = \lim_{n\to+\infty} \operatorname*{Sup}_{x\in\mathbb{R}} \left| f_n(x) \right| = 0.$$

Calcoliamo la derivata rispetto ad x di $f_n(x)$ per studiarne l'andamento in x con n fissato:

$$f_n'(x) = \frac{d}{dx} f_n(x) = \frac{d}{dx}(n+2)^2 x^2 e^{-(n+2)x} = (n+2)^2 \left[2xe^{-(n+2)x} - (n+2) x^2 e^{-(n+2)x} \right]$$

$$f_n'(x) = (n+2)^2 x \left[2 - (n+2) x \right] e^{-(n+2)x}.$$

Essa risulta positiva per $0 \le x \le \dfrac{2}{n+2}$, per cui l'andamento di $f_n(x)$, che è crescente solo in questo intervallo, è quello mostrato in figura.



Lo studio dell'andamento di $f_n(x)$ n fissato mostra:

$$\operatorname*{Sup}_{x\in\mathbb{R}} \left| f_n(x) \right| = +\infty,$$

per cui la successione di funzioni non converge uniformemente in $\mathbb{R}$, essendo:

$$\lim_{n\to+\infty} \operatorname*{Sup}_{x\in\mathbb{R}} \left| f_n(x) - f(x) \right| = +\infty.$$

(**b**) Lo studio dell'andamento di $f_n(x)$ in x con n fissato, condotto nel punto (a), mostra che in $I=[1, \ +\infty)$ essa è decrescente, per cui assume il suo valore massimo per $x=1$. Allora:

$$\lim_{n\to+\infty} \operatorname{Sup}_{x\in I} |f_n(x)-f(x)| = \lim_{n\to+\infty} f_n(1) = \lim_{n\to+\infty}\left[(n+2)^2 e^{-(n+2)}\right]=0,$$

quindi la successione converge uniformemente in $I=[1, \ +\infty)$.

(**c**) Poiché le $f_n(x)$ sono continue e convergenti uniformemente in $[3, \ 7]\subset[1, \ +\infty)$, è possibile applicare il teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale:

$$\ell = \lim_{n\to+\infty}\int_3^7 f_n(x)\,dx = \int_3^7 \lim_{n\to+\infty} f_n(x)\,dx = \int_3^7 f(x)\,dx$$

$$\ell=0.$$

2)

$IP=(-2/5, \ 0)$	(b) ◊ sì ☒ no

(**a**) Condizione necessaria affinché la serie converga è:

$$\lim_{n\to+\infty} 2^{\frac{nx-3}{5x+2}}=0,$$

che avviene solo per $x<0$.
Applicando il criterio del rapporto:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{2^{\frac{(n+1)x-3}{5x+2}}}{2^{\frac{nx-3}{5x+2}}} = \lim_{n\to+\infty} 2^{\frac{nx+x-3-nx+3}{5x+2}} = 2^{\frac{x}{5x+2}} < 2^0,$$

da cui:

$$-\frac{2}{5}<x<0.$$

Quindi, la serie converge puntualmente in:

$$IP=(-2/5, \ 0).$$

(**b**) Sia $M_n\ge 0$ tale che:

$$M_n=\operatorname{Sup}_{x\in IP}\left|2^{\frac{nx-3}{5x+2}}\right|.$$

Poiché:

$$\frac{d}{dx}2^{\frac{nx-3}{5x+2}} = \log 2\cdot 2^{\frac{nx-3}{5x+2}}\cdot\frac{n(5x+2)-5(nx-3)}{(5x+2)^2} = \log 2\cdot 2^{\frac{nx-3}{5x+2}}\cdot\frac{2n+15}{(5x+2)^2}>0,$$

allora $2^{\frac{nx-3}{5x+2}}$ è crescente e, quindi:

$$M_n=\operatorname{Sup}_{x\in IP}\left|2^{\frac{nx-3}{5x+2}}\right| = 2^{-3/2}.$$

Poiché $\sum M_n=\sum 2^{-3/2}$ non converge, allora la serie data non è totalmente convergente in IP.

3)

$IP = \mathbb{R}$	(b) ◊ sì ☒ no
$IU = \mathbb{R}$	

(a) Poiché:

$$\lim_{n\to+\infty}|a_n| = \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{3x^2+\sqrt[3]{n}} = 0$$

e

$$|a_{n+1}| = \frac{n+1}{(n+1)^2+1} < \frac{1}{3x^2+\sqrt[3]{n}} = |a_n|,$$

si può applicare il criterio di Leibniz per le serie alternate e concludere che la serie data converge puntualmente in $\mathbb{R}$:

$$IP = \mathbb{R}.$$

(b) Sia $M_n \geq 0$ tale che:

$$M_n = \operatorname{Sup}_{x\in\mathbb{R}}\left|\frac{(-1)^n}{3x^2+\sqrt[3]{n}}\right| = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}.$$

Poiché $\sum M_n = \sum \frac{1}{n^{1/3}}$ non converge, essendo $1/3 < 1$, allora la serie data non è totalmente convergente in $IP = \mathbb{R}$.

(c) Applichiamo il corollario di Leibniz, per cui l'errore commesso considerando la somma parziale n-sima al posto di quella totale è minore del termine della serie a_{n+1}:

$$|s_n - s| \leq a_{n+1}$$

$$\left|\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{3x^2+\sqrt[3]{n}} - f(x)\right| \leq \frac{1}{3x^2+\sqrt[3]{n+1}} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}.$$

Dalla diseguaglianza:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} < \varepsilon,$$

si ha:

$$n_\varepsilon > \varepsilon^{-1/3} - 1.$$

Quindi, per $n_\varepsilon > \varepsilon^{-1/3} - 1$ è verificata la convergenza $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$\left|\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{3x^2+\sqrt[3]{n}} - f(x)\right| < \varepsilon.$$

Dal momento che n_ε non dipende da x, la convergenza è uniforme su tutto $\mathbb{R}$:

$$IU = \mathbb{R}.$$

Parte Seconda

Fisica

SOMMARIO

Capitolo 1
Meccanica

1.1 Moti in una dimensione

1) Un gatto cammina per $80{,}0\ \mathrm{m}$ lungo una strada rettilinea ad una velocità costante $v_1 = 2{,}40\ \mathrm{m/s}$, quindi aumenta l'andatura e dopo $12{,}3\ \mathrm{s}$ ha percorso altri $65{,}2\ \mathrm{m}$. Incontra, infine, un cane che lo insegue, costringendolo a tornare indietro fino al punto di partenza. Sapendo che il gatto, mentre è inseguito, corre con velocità costante $v_R = 43{,}2\ \mathrm{km/h}$, determinare la sua velocità media scalare ed il modulo di quella media vettoriale durante tutto il tragitto.

$\bar{s} =$	$\bar{v} =$

2) La velocità di un corpo al generico istante di tempo t (espresso in s) è data, in $\mathrm{m/s}$, da:

$$v(t) = 18t^2 - 3\,.$$

Sapendo che all'istante $t = 0$ la posizione del corpo è $x_0 = 2{,}00\ \mathrm{m}$, determinare:
(a) la legge oraria del moto;
(b) la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea agli istanti $t_1 = 4{,}00\ \mathrm{s}$ e $t_2 = 12{,}0\ \mathrm{s}$;
(c) la velocità media e l'accelerazione media nell'intervallo di tempo che va da t_1 a t_2.

$x(t) =$		$v_1 =$	$v_2 =$
$a_1 =$	$a_2 =$	$\bar{v} =$	$\bar{a} =$

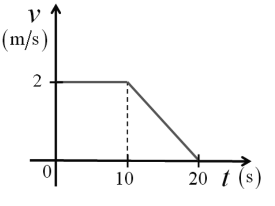
3) Un bambino lancia verso l'alto una pallina, dalla cima di un edificio alto $50{,}0\ \mathrm{m}$. Dopo $4{,}00\ \mathrm{s}$ la pallina ritorna al livello del bambino che, però, non riesce ad afferrarla in tempo e continua quindi a cadere, fino a raggiungere la base dell'edificio. Trascurando il rallentamento causato dall'attrito con l'aria, determinare:
(a) la velocità iniziale della pallina e quella dopo i primi $4{,}00\ \mathrm{s}$ dal lancio;
(b) l'altezza massima raggiunta dalla pallina rispetto la base dell'edificio;
(c) la velocità della pallina un istante prima di toccare il suolo.

$v_0 =$	$v_4 =$	$y_{\max} =$	$v_f =$

4) Due treni A e B viaggiano alla velocità, rispettivamente, di $72{,}0\ \mathrm{km/h}$ e $144\ \mathrm{km/h}$ sullo stesso binario rettilineo e sono diretti l'uno contro l'altro. Ciascun macchinista si accorge dell'altro treno solo quando i due treni si trovano a $950\ \mathrm{m}$ di distanza e si affrettano a frenare. Se il macchinista del treno A rallenta con un'accelerazione di $1{,}20\ \mathrm{m/s^2}$, qual è il modulo dell'accelerazione minima del treno B affinché non avvenga la collisione?

$\lvert a_{B,\min} \rvert =$

5) Il grafico in figura mostra l'andamento della velocità di un corpo al variare del tempo. Sapendo che $x_0 = 6\ \mathrm{m}$, determinare la legge oraria del moto per $0 < t < 20\ \mathrm{s}$.



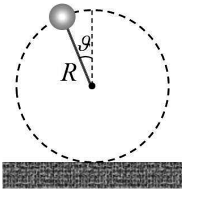
$x(t) =$

1.2 Vettori, moti in due dimensioni e moti relativi

1) Siano dati $\vec{a} = 11,0\hat{i} - 22,0\hat{j} - 6,00\hat{k}$, $\vec{b} = 5,00\hat{i} - 5,00\hat{j} + 5,00\hat{k}$ e $\vec{c} = 3,00\hat{i} - 9,00\hat{j} - 2,00\hat{k}$.
(a) Determinare il modulo e l'angolo ϑ_p formato con l'asse x dal vettore $\vec{p} = \vec{a} - 3\vec{c}$.
(b) Determinare il prodotto scalare $s = \vec{a} \cdot \vec{b}$ e l'angolo α formato dai vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.
(c) Determinare il prodotto vettoriale $\vec{r} = \vec{b} \times \vec{c}$ ed il prodotto misto $m = \vec{b} \cdot \vec{c} \times \vec{a}$.

$p =$	$\vartheta_p =$	$s =$	$\alpha =$
$\vec{r} =$		$m =$	

2) Una pallina, legata ad una sottile corda, si muove in senso orario su una traiettoria verticale circolare di raggio $R = 2,00\ \text{m}$ e con accelerazione tangenziale costante pari a $4,50\ \text{m/s}^2$. All'istante $t = 0$, mostrato in figura, la corda si spezza. Sapendo che $\vartheta = 20,0°$ e che la velocità della pallina nell'istante in cui si spezza la corda è $v_0 = 12,0\ \text{m/s}$, determinare:



(a) l'altezza massima rispetto al suolo raggiunta dalla pallina;
(b) l'istante di tempo t_f in cui la pallina tocca il suolo;
(c) la distanza orizzontale percorsa e la velocità un istante prima di toccare il suolo;
(d) la velocità istantanea v_3, l'accelerazione istantanea a_3 ed il numero di giri completi che la pallina avrebbe compiuto in $3,00\ \text{s}$, se la corda non si fosse spezzata.

$y_{max} =$	$t_f =$	$d =$	$v_f =$
$v_3 =$	$a_3 =$	$N =$	

3) Un nuotatore attraversa un fiume largo $\ell = 10\ \text{m}$ puntando sempre in direzione perpendicolare alle sponde. L'acqua del fiume ha una velocità uniforme di $50\ \text{cm/s}$. Sapendo che, giunto alla riva opposta, il nuotatore è stato trascinato dalla corrente $20\ \text{m}$ verso valle, determinare il tempo t_f impiegato a raggiungere la sponda opposta, la velocità $v_{N,F}$ del nuotatore relativa al fiume e la velocità $v_{N,T}$ del nuotatore relativa alla terra.

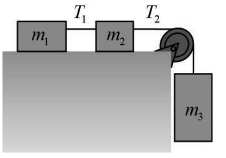
$t_f =$	$v_{N,F} =$	$v_{N,T} =$

4) Un treno viaggia su un binario rettilineo alla velocità costante di $30,0\ \text{m/s}$, in un piovasco spinto dal vento nella stessa direzione. La traiettoria delle gocce di pioggia, per un osservatore A fermo per terra, forma un angolo di $70,0°$ rispetto alla verticale, mentre è perfettamente verticale per un osservatore B dentro il treno. Ad un certo istante, il treno inizia ad accelerare con un'accelerazione costante di $1,50\ \text{m/s}^2$ e, contemporaneamente, l'osservatore B lascia cadere dentro il treno una mela da un'altezza di $1,20\ \text{m}$. Determinare:
(a) la velocità della pioggia rispetto all'osservatore A;
(b) la distanza percorsa dal treno durante la caduta della mela;
(c) la distanza totale percorsa dalla mela nella direzione del moto del treno per A e per B.

$v_{P,A} =$	$d_{treno} =$	$d_{M,A} =$	$d_{M,B} =$

1.3 Forze e attrito

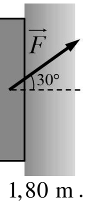
1) Due oggetti di massa $m_1 = 3{,}50$ kg ed $m_2 = 2{,}80$ kg vengono trascinati lungo un piano orizzontale, privo di attrito, da un terzo oggetto di massa $m_3 = 4{,}70$ kg, appeso in verticale come in figura.



(a) Determinare l'accelerazione di m_3 e le tensioni T_1 e T_2.
(b) Se il trascinamento delle due masse inizia all'istante di tempo $t = 0$, quanto spazio ha percorso m_1 per $t = 2{,}00$ s ?

$a =$	$T_1 =$	$T_2 =$	$s =$

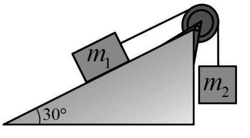
2) Un libro di $2{,}30$ kg viene spinto contro una parete verticale da una forza $\vec{F}$ inclinata di $30{,}0°$ rispetto al suolo orizzontale. I coefficienti di attrito statico e dinamico tra il libro e la parete sono, rispettivamente, $\mu_s = 0{,}300$ e $\mu_k = 0{,}200$.



(a) Qual è il minimo valore di F affinché il libro non cada?
(b) Se $F = 13{,}0$ N, determinare la forza d'attrito a cui è soggetto il libro ed il tempo impiegato per toccare il suolo, se inizialmente si trova fermo ad un'altezza di $1{,}80$ m.

$F_{\min} =$	$f_{att} =$	$t =$

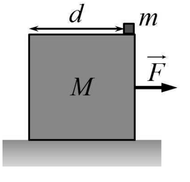
3) Un blocco di massa $m_1 = 10{,}0$ kg è disposto su un piano inclinato di $30{,}0°$ ed è collegato, mediante una corda che passa sopra una puleggia ideale, ad un secondo blocco di massa $m_2 = 8{,}00$ kg, come in figura. Determinare l'accelerazione della massa m_1 e la tensione del filo che collega i due blocchi nel caso in cui:



(a) l'attrito tra la massa m_1 ed il piano inclinato sia trascurabile;
(b) i coefficienti di attrito statico e dinamico tra la massa m_1 ed il piano inclinato siano, rispettivamente, $\mu_s = 0{,}280$ e $\mu_k = 0{,}160$.

$a_{(a)} =$	$T_{(a)} =$	$a_{(b)} =$	$T_{(b)} =$

4) Sopra un piano orizzontale perfettamente liscio è poggiato un cubo di massa $M = 50{,}0$ kg. Sopra il cubo, a distanza $d = 50{,}0$ cm dal bordo più lontano, vi è un altro cubo più piccolo di massa $m = 5{,}00$ kg. Quando l'intero sistema è fermo, si applica una forza orizzontale $F = 100$ N al cubo grande. Se il coefficiente di attrito dinamico tra i due cubi è $\mu_k = 0{,}160$, dopo quanti secondi si osserverà cadere il cubo più piccolo?



$\tau =$

5) Un pendolo conico è costituito da una massa di $50{,}0$ g, attaccata ad un filo di $1{,}20$ m, che si muove lungo una circonferenza orizzontale di raggio $R = 25{,}0$ cm a velocità costante. Calcolare **(a)** la tensione del filo, **(b)** l'accelerazione della massa e **(c)** il periodo del pendolo.

$T =$	$a =$	$\tau =$

Soluzioni commentate

S4.1 Relatività speciale

1)

$\tau_A = 100\ \mu s$	$\tau_B = 400\ \mu s$	$v_{O',O} = 2{,}67\cdot 10^8\ \text{m/s}$
$d' = 41{,}0$ km		

(a) Affinché ciascun cronometro risulti sincronizzato col cronometro in $O(0;\ 0)$, deve essere stato impostato ad un valore pari al tempo impiegato dal segnale di luce per raggiungerlo:

$$\tau = \frac{L}{c},$$

dove L è la distanza dall'origine e c è la velocità della luce.
Il tempo τ_A è, quindi:

$$\tau_A = \frac{L_A}{c} = \frac{30\cdot 10^3}{3\cdot 10^8}\ \text{s}$$

$$\tau_A \approx 100\ \mu\text{s},$$

mentre il tempo t è:

$$\tau_B = \frac{L_B}{c} = \frac{120\cdot 10^3}{3\cdot 10^8}\ \text{s}$$

$$\tau_B \approx 400\ \mu\text{s}.$$

(b) Dalle trasformazioni di Lorentz per coppie di eventi si ha che l'intervallo di tempo $\Delta t'$ misurato dall'osservatore O', che si muove con velocità v rispetto all'osservatore O, è legato all'intervallo di tempo Δt misurato da O dalla relazione:

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right),$$

dove γ è il fattore di Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Se per O' i due eventi sono simultanei, allora è:

$$\Delta t' = 0,$$

per cui:

$$\gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right) = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\left[(t_2 - t_1) - \frac{v(x_B - x_A)}{c^2}\right] = 0$$

$$(t_2 - t_1) - \frac{v(x_B - x_A)}{c^2} = 0,$$

da cui si ricava:

$$v_{O',O} = \frac{c^2(t_2 - t_1)}{(x_B - x_A)} = \frac{(3\cdot 10^8)^2(20{,}250695 - 20{,}250428)}{(120-30)\cdot 10^3}$$

$$v_{O',O} = 2{,}67\cdot 10^8\ \text{m/s}.$$

Infine, la distanza tra i punti A e B per l'osservatore O' è data dalle trasformazioni di Lorentz per coppie di eventi:

$$d' = \Delta x' = \gamma\left(\Delta x - v\Delta t\right)$$

$$d' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}\left[\left(x_B - x_A\right) - v\left(t_2 - t_1\right)\right]$$

$$d' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(2{,}67/3\right)^2}}\cdot\left[\left(120-30\right)\cdot 10^3 - 2{,}67\cdot 10^8\cdot\left(20{,}250695 - 20{,}250428\right)\right] = \frac{18711}{\sqrt{0{,}2079}}$$

$$d' \approx 41{,}0 \text{ km}.$$

2)

$v_{luce,\,P} = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s	$v_{luce,\,R} = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s	$\Delta t_{1,\,P} = 4{,}00\cdot 10^{-7}$ s
$\Delta t_{1,\,R} = 2{,}00\cdot 10^{-7}$ s	$L_{astronave,\,R} = 96{,}0$ m	$\Delta t_{2,\,P} = 6{,}67\cdot 10^{-7}$ s
$\Delta t_{2,\,R} = 5{,}33\cdot 10^{-7}$ s	$\lambda_{fascio,\,R} = 988$ nm	$\lambda_{fascio,\,Q} = 1590$ nm

(a) Per il postulato della velocità della luce di Einstein, per cui la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore, ossia $c = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s, in tutte le direzioni ed in tutti i sistemi di riferimento inerziali, la velocità del fascio di luce rilevata dal pilota P è la stessa di quella rilevata dal ragazzo, ed è, in particolare:

$$v_{luce,\,P} = v_{luce,\,R} = c \approx 3{,}00\cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Consideriamo adesso l'equazione delle onde elettromagnetiche:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0.$$

Le trasformazioni di Lorentz sono le seguenti:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}\left(x - vt\right) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \end{cases}.$$

La derivata parziale di ϕ rispetto ad x si ottiene con la regola della catena:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial x'}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}} + \frac{\partial\phi}{\partial y'}\cdot 0 + \frac{\partial\phi}{\partial z'}\cdot 0 + \frac{\partial\phi}{\partial t'}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}\left(-\frac{v}{c^2}\right)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x'} - \frac{v}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t'}\right).$$

Derivando nuovamente rispetto ad x si ottiene:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}=\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}-\frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x'\partial t'}+\frac{v^2}{c^4}\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}\right).$$

La derivata parziale di ϕ rispetto ad y è:

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{\partial\phi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial y}+\frac{\partial\phi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial y}+\frac{\partial\phi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial y}+\frac{\partial\phi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial y}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{\partial\phi}{\partial x'}\cdot 0+\frac{\partial\phi}{\partial y'}\cdot 1+\frac{\partial\phi}{\partial z'}\cdot 0+\frac{\partial\phi}{\partial t'}\cdot 0=\frac{\partial\phi}{\partial y'},$$

e la derivata parziale seconda pura risulta:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=\frac{\partial^2\phi}{\partial y'^2}.$$

Procedendo analogamente, si ricava la derivata parziale seconda pura rispetto a z:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\phi}{\partial z'^2}.$$

Infine, la derivata parziale di ϕ rispetto ad t è:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\frac{\partial\phi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{\partial\phi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial t}+\frac{\partial\phi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial t}+\frac{\partial\phi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\frac{\partial\phi}{\partial x'}\cdot\frac{-v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}+\frac{\partial\phi}{\partial y'}\cdot 0+\frac{\partial\phi}{\partial z'}\cdot 0+\frac{\partial\phi}{\partial t'}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\left(-v\frac{\partial\phi}{\partial x'}+\frac{\partial\phi}{\partial t'}\right),$$

da cui la derivata parziale seconda pura risulta:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(v^2\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}-2v\frac{\partial^2\phi}{\partial x'\partial t'}+\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}\right).$$

Sostituendo le espressioni ricavate nell'equazione delle onde, si verifica che essa è invariante sotto le trasformazioni di Lorentz:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}-\frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x'\partial t'}+\frac{v^2}{c^4}\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}\right)+\frac{\partial^2\phi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(v^2\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}-2v\frac{\partial^2\phi}{\partial x'\partial t'}+\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}\right)=0$$

$$\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z'^2}+\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(-\frac{2v}{c^2}+\frac{2v}{c^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x'\partial t'}+\frac{1}{1-(v/c)^2}\left(\frac{v^2}{c^4}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}=0$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z'^2}+\frac{c^2}{c^2-v^2}\cdot\frac{v^2-c^2}{c^4}\cdot\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}=0$$

$$\boxed{\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}=0}.$$

Parte Terza

Prove ufficiali

SOMMARIO

Prova ufficiale di Matematica 2012

Quesito 1

Si mostri che per ogni polinomio $P(x)$ di grado dispari e per ogni numero reale k esiste almeno una soluzione reale x dell'equazione $P(x) = k$. Si disegni poi il grafico qualitativo della funzione $f(x) = 4x^5 - 5x$, definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$, e si stabilisca il numero degli elementi dell'insieme $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = k\}$, in dipendenza dal valore di $k \in \mathbb{R}$. Utilizzando le proprietà delle funzioni continue e delle funzioni derivabili si diano motivazioni rigorose per le affermazion che vengono fatte.

Soluzione

Costruiamo la funzione:

$$g(x) = P(x) - k.$$

Per dimostrare che esiste almeno una soluzione reale dell'equazione $P(x) = k$ sarà equivalente dimostrare che esiste almeno uno zero della funzione $g(x)$, cioè $g(x) = P(x) - k = 0$.
La funzione $g(x)$ è continua su tutto $\mathbb{R}$, in quando lo sono sia $P(x)$ sia la funzione costante.
Poiché $P(x)$ è dispari, allora:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} P(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} P(x) = +\infty \end{cases}.$$

Lo stesso vale, di conseguenza, per $g(x)$:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty \end{cases}.$$

Per il teorema di permanenza del segno esisterà un intorno $I_{-\infty}$ di $-\infty$ in cui $g(x) < 0$ ed un intorno $I_{+\infty}$ di $+\infty$ in cui $g(x) > 0$. Siano $a \in I_{-\infty}$ e $b \in I_{+\infty}$, per cui $g(a) < 0$ e $g(b) > 0$.
Poiché g è continua su tutto $\mathbb{R}$ e $g(a) \cdot g(b) < 0$, allora possiamo applicare il teorema di Bolzano di esistenza degli zeri per concludere che esiste almeno un punto $x \in (a,b)$ in cui $g(x) = 0$ e, quindi, $P(x) = k$.
Studiamo adesso la funzione:

$$f(x) = 4x^5 - 5x.$$

Essendo $f(x)$ un polinomio, allora il suo dominio è tutto $\mathbb{R}$. Inoltre, è maggiore o uguale a zero quando:

$$f(x) = 4x^5 - 5x = x(4x^4 - 5) \geq 0$$

$$-\sqrt[4]{20}/2 \leq x \leq 0 \quad \vee \quad x \geq \sqrt[4]{20}/2.$$

I limiti agli estremi del dominio valgono:

$$\begin{cases} \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \end{cases}.$$

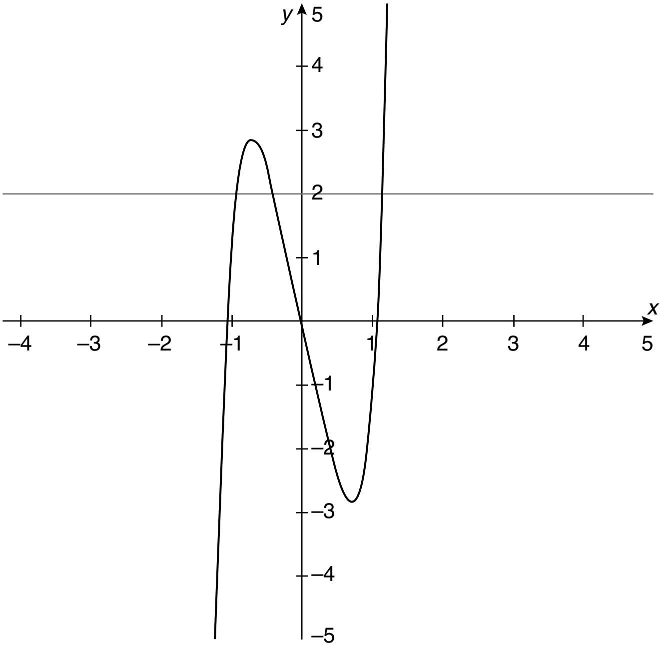
La derivata prima della funzione è:

$$f'(x) = 20x^4 - 5.$$

Studiamone il segno per determinarne i punti critici e la crescenza:

$$f'(x) = 20x^4 - 5 \geq 0$$
$$x \leq -\sqrt{2}/2 \quad \vee \quad x \geq \sqrt{2}/2.$$

La funzione presenta, pertanto, un massimo relativo per $x = -\sqrt{2}/2$ ed un minimo relativo per $x = \sqrt{2}/2$. Indichiamo con $m = f(\sqrt{2}/2)$ ed $M = f(-\sqrt{2}/2)$, rispettivamente, il valore di minimo relativo e di massimo relativo della funzione, il cui grafico è mostrato di seguito insieme al grafico della funzione $y = k$ con $k = 2$.



Le soluzioni reali dell'equazione $f(x) = k$ corrispondono graficamente alle ascisse dei punti di intersezione delle funzioni $y = f(x)$ ed $y = k$. Dal grafico si evincono i seguenti casi:

- $k < m \vee k > M$: 1 soluzione;
- $k = m \vee k = M$: 3 soluzioni, di cui 2 coincidenti (tangenza nel punto critico);
- $m < k < M$: 3 soluzioni distinte.

Prova ufficiale di Fisica 2016

Quesito 1

Il candidato collochi la trattazione del secondo principio della termodinamica nell'ambito di una programmazione disciplinare curriculare di propria scelta.

Soluzione

Nella scuola dell'autonomia, il cui decreto attuativo è il DPR 275/1999, è stata affidata una grande autonomia, sia didattica sia progettuale-organizzativa, alle scuole e ai docenti. In particolare, i singoli docenti possono progettare dei percorsi secondo il contesto specifico in cui operano, sfruttando al meglio le loro competenze didattiche e psico-pedagogiche. Tale possibilità di scelta deve comunque tenere conto di quanto stabilito nel POF dell'Istituto (trasformato in PTOF dalla legge 107/2015) e delle Indicazioni Nazionali, queste ultime finalizzate a garantire una uniformità di istruzione a livello nazionale.
Nelle ultime Indicazioni Nazionali la termodinamica viene proposta al secondo biennio dei Licei e degli Istituti Superiori. Per tale ragione, scelgo di collocare la trattazione del secondo principio della Termodinamica al II quadrimestre del III anno di un Liceo Scientifico, che iniziando lo studio della Fisica al I anno può trattare tranquillamente la Cinematica e la Dinamica nel corso del primo biennio e del I quadrimestre del III anno. Sempre la scuola dell'autonomia fonda la sua peculiarità sul concetto di competenza, ossia insieme integrato di conoscenze, abilità e metaqualità, utili a lavorare in modo autonomo e socialmente costruttivo anche e soprattutto in contesti nuovi e diversi da quelli di apprendimento.
Il secondo principio della Termodinamica può essere trattato quindi come parte conclusiva del modulo di Termodinamica. Seguendo l'impostazione di alcuni libri di testo che reputo molto validi la colloco dopo i gas ideali, trattati anche dal punto di vista della teoria cinetica, e prima delle macchine termiche, che inserisco nella trattazione del II principio della termodinamica ma non come prerequisito.

Prerequisiti

- elementi di Cinematica (velocità, accelerazione)
- elementi di Dinamica (forze e moto, lavoro ed energia, conservazione dell'energia, quantità di moto ed urti, pressione)
- elementi di Termodinamica (temperatura, calore, primo principio della termodinamica, gas ideali e trasformazioni termodinamiche, energia interna e gradi di libertà)

Contenuti

- secondo principio della termodinamica: trasformazioni irreversibili, reversibili e innaturali
- interpretazione con la freccia del tempo
- macchine termiche, rendimento e ciclo di Carnot
- frigoriferi

– enunciati di Kelvin-Planck e di Clausius e loro equivalenza
– interpretazione statistica dell'entropia

Collegamenti interdisciplinari
La trattazione del II principio della termodinamica e delle macchine termiche può essere affrontata in modo interdisciplinare con STORIA e con SCIENZE, così da mostrare le interazioni tra le diverse forme del sapere (Indicazioni Nazionali) e da rendere significativo e trasversale l'apprendimento. In particolare, per quanto riguarda la Storia risulta interessante mostrare come lo sviluppo della termodinamica abbia portato alla prima rivoluzione industriale, così da rendere chiaro il nesso tra sviluppo culturale e tecnologico nella società dell'800.
In Scienze invece lo studio dell'entropia e del II principio della termodinamica può chiarire il concetto di trasformazione spontanea e potenziali termodinamici. A tale riguardo i docenti di entrambe le discipline dovrebbero lavorare in sinergia, mostrando che l'entropia studiata nelle ore di Fisica e quella studiata nelle ore di Chimica rimandano allo stesso concetto e non vanno associate alla singola materia, bensì ad un sapere culturale più vasto.

Trattazione storica
Nonostante la mia scelta didattica, faccio comunque presente che storicamente si svilupparono prima le macchine termiche e solo successivamente, grazie all'interpretazione statistica di Boltzmann, Clausius diede alla quantità dQ/T il significato di dS, battezzato col nome di Entropia per sottolineare lo stato di disordine microscopico. Alla fine della trattazione della Termodinamica il docente può evidenziare tale aspetto. Non solo lo studio della storia della Fisica ha importanti ripercussioni dal punto di vista epistemologico, dal momento che consente di capire alcuni nodi cruciali dello sviluppo della teoria, ma permette anche di comprendere meglio i concetti appresi.

Quesito 2
Il candidato descriva gli strumenti didattici, le strategie metodologiche e gli strumenti sperimentali per familiarizzare l'apprendimento degli alunni dell'effetto dell'interferenza di onde meccaniche.

Soluzione
L'interferenza delle onde è un argomento che riveste una grande importanza in Fisica, dal momento che permette di mostrare in modo pratico cosa significa che il suono e la luce hanno una natura ondulatoria, almeno secondo la fisica classica. Non solo, si tratta di un prerequisito essenziale alla comprensione del comportamento ondulatorio della materia, previsto nei programmi del V anno del liceo scientifico dalle ultime Indicazioni Nazionali. Infatti, se una particella può essere descritta da una funzione d'onda, allora essa è soggetta agli stessi fenomeni di interferenza e diffrazione a cui sono soggette le onde meccaniche e quelle luminose.
Per quanto concerne le onde meccaniche, la loro interferenza dà luogo a due fenomeni di particolare rilevanza: i battimenti e le onde stazionarie, queste ultime legate al concetto di risonanza.
Tale argomento può essere trattato al IV anno del Liceo Scientifico, prevedendo come prerequisiti argomenti di Matematica (funzioni goniometriche e formule goniometriche) e di Fisica (concetto di onda meccanica e sue proprietà fisiche, energia e potenza).
Per quanto riguarda le metodologie didattiche baserei il mio intervento sul metodo INQUIRY, che è un approccio di tipo socio-costruttivista, così da sviluppare anche quelle competenze di cittadinanza previste dal DM 139/2007 (che recepisce le Raccomandazioni Europee sulla formazione permanente), quali ad esempio imparare ad imparare, progettare, risolvere problemi, acquisire

il **nuovo** concorso a cattedra

TRACCE **SVOLTE**

Finalizzati alla preparazione alla **prova scritta del concorso a cattedra** per l'accesso ai ruoli del personale docente, i volumi della collana raccolgono, risolvono e commentano quesiti a risposta aperta sulle materie oggetto della prova.

Per la preparazione alla prova scritta del concorso a cattedra nelle classi:

- **A26 - Matematica**
- **A20 - Fisica**
- **A27 - Matematica e Fisica**

Il testo propone una vasta gamma di **esercizi svolti e commentati** in maniera puntuale allo scopo di consentire la comprensione immediata dei singoli argomenti. La presenza di commenti chiari ed esaustivi, unita al richiamo alle **principali nozioni teoriche di base**, permette di risolvere in maniera rapida e agevole anche gli esercizi più ostici, facilitando il raggiungimento del risultato e l'eventuale operazione di correzione in caso di errore. L'utente viene guidato in ogni singolo passaggio matematico e condotto alla ricerca di una **metodologia applicabile alla soluzione di problemi simili a quelli proposti**, stimolando adeguatamente le sue capacità intuitive e di ragionamento.
Il volume è suddiviso in tre parti:

- la **prima** presenta gli esercizi, con relative soluzioni commentate, attinenti ad alcuni tra i più importanti argomenti di **Matematica**, quali: Analisi matematica 1 e 2, Algebra lineare e Geometria, Probabilità e Statistica, Algoritmi e Analisi numerica;
- la **seconda** è dedicata alla **Fisica**, con innumerevoli esercizi svolti e commentati riguardanti i seguenti argomenti: Meccanica, Termodinamica, Elettromagnetismo, Ottica, Fisica moderna, Meccanica quantistica;
- la **terza** contiene le **Prove ufficiali** dei precedenti concorsi a cattedra con soluzioni e commenti.

Il volume è completato da **materiali didattici, approfondimenti e risorse di studio** accessibili online. I servizi web sono disponibili per 12 mesi dall'attivazione del codice.

PER COMPLETARE LA PREPARAZIONE:

CC4/26 • MATEMATICA NELLA SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO
CC4/27 • FISICA NELLA SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO
CC1/1 • AVVERTENZE GENERALI PER TUTTE LE CLASSI DI CONCORSO
QD2 • DIDATTICA DELLA MATEMATICA

EdiSES Professioni & Concorsi

ISBN-978-88-3622-024-3
9 788836 220243

€ 28,00