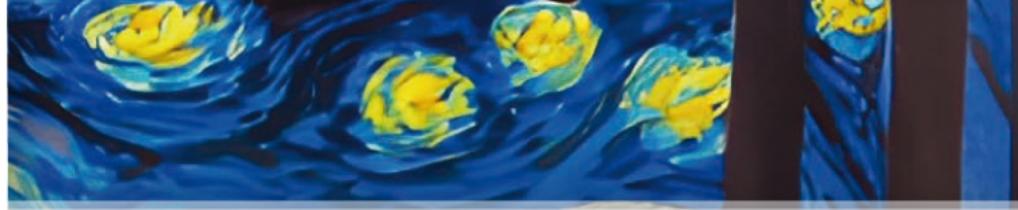


Comprende



versione Ebook
Software di simulazione



Roberto De Luca • Francesco Romeo

Fisica in 48 ore

Meccanica, Elettricità e Magnetismo



Accedi all'ebook e ai contenuti digitali

Espandi le tue risorse
un libro che **non pesa**
e si **adatta** alle dimensioni
del **tuoi lettore!**

▼
COLLEGATI AL SITO
EDISES.IT

▼
ACCEDI AL
MATERIALE DIDATTICO

▼
SEGUI LE
ISTRUZIONI

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edises.it** e attiva la tua **area riservata**. Potrai accedere alla **versione digitale** del testo e a ulteriore **materiale didattico**.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie

Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.
L'accesso al materiale didattico sarà consentito per 18 mesi.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edises.it** e segui queste semplici istruzioni

▼
Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

▼
Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito **edises.it**
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*



Ulteriori materiali e strumenti didattici sono accessibili dalla propria **area riservata** secondo la procedura indicata nel frontespizio.

Dalla sezione **materiali e servizi** della tua area riservata potrai accedere a:

- **Ebook**: versione digitale del testo in formato epub, standard dinamico che organizza il flusso di testo in base al dispositivo sul quale viene visualizzato. Fruibile mediante l'applicazione gratuita Bookshelf, consente una visualizzazione ottimale su lettori e-reader, tablet, smartphone, iphone, desktop, Android, Apple e Kindle Fire.
- **Software di simulazione**: un vastissimo database di quesiti a risposta multipla per effettuare esercitazioni sull'**intero programma** o su **argomenti specifici**.

L'accesso ai contenuti digitali sarà consentito per **18 mesi**.

Roberto De Luca • Francesco Romeo

Fisica in 48 ore

Meccanica, Elettricità e Magnetismo



Roberto De Luca, Francesco Romeo
Fisica in 48 ore. Meccanica, Elettricità e Magnetismo
Copyright © 2023, EdiSES Edizioni S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2027 2026 2025 2024 2023

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

L'Editore ha effettuato quanto in suo potere per richiedere il permesso di riproduzione del materiale di cui non è titolare del copyright e resta comunque a disposizione di tutti gli eventuali aventi diritto.

L'immagine di copertina ritrae Galileo Galilei intento a lavorare al suo computer portatile in una notte stellata ispirata all'opera di Van Gogh. La composizione, contenente un evidente anacronismo, è stata ottenuta tramite l'applicazione Craiyon (www.craiyon.com), uno strumento basato sull'intelligenza artificiale che permette di creare immagini a partire da un testo.

Stampato presso
PrintSprint S.r.l. – Napoli

per conto della
EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante Alighieri, 89 – Napoli

www.edises.it
assistenza.edises.it

ISBN 978 88 3623 144 7

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e, nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi sulla piattaforma assistenza.edises.it

Prefazione

Questo manuale nasce dall'esperienza didattica degli autori impegnati da anni nell'insegnamento della fisica in vari corsi di servizio presso l'Università degli Studi di Salerno. Nel corso del tempo, al di fuori dei corsi di laurea triennali in fisica ed ingegneria, l'esigenza di indirizzare sin da subito gli studenti in percorsi specializzanti ha spesso prodotto un'organizzazione didattica che vede l'insegnamento della fisica relegato in angusti spazi orari. Nell'ambito del panorama descritto, si possono presentare situazioni nelle quali l'insegnamento della fisica, un tempo articolato nei corsi canonici ed obbligatori di Fisica I e Fisica II, diviene opzionale ed organizzato in un unico corso, magari della durata di 48 ore, nel quale gli studenti vengono esposti a nozioni di meccanica ed elettromagnetismo. Il docente titolare di questi corsi si trova di fronte alla sfida culturale di presentare, nel volgere di 24 lezioni da due ore, l'intero armamentario di concetti e metodiche che sono alla base di gran parte della fisica classica. Il ridotto numero di ore a disposizione spinge quindi il docente a dover individuare (discrezionalmente) argomenti sacrificabili ed essenziali, oltre che il grado di profondità da preferire nell'esposizione della materia. Un'osservazione importante nella progettazione didattica ha a che fare col fatto che un corso ben strutturato dovrebbe anche rispondere ad una logica di economia del bagaglio matematico necessario alla comprensione. Quest'ultima condizione è spesso dirimente nella scelta degli argomenti e pone un limite importante alla complessità della materia da presentare.

“Fisica in 48 ore” rappresenta la risposta degli autori alle esigenze sopra presentate e nasce dalla riorganizzazione di materiali effettivamente utilizzati per le lezioni tenute nel corso opzionale di Fisica rivolto a studenti del terzo anno della laurea triennale in Informatica presso l'Università di Salerno.

Il volume è organizzato in 24 lezioni. Le prime 12 lezioni presentano la meccanica di Newton ed includono cenni alla meccanica dei corpi rigidi. Le successive 11 lezioni riguardano l'elettricità ed il magnetismo ed includono cenni di ottica geometrica. L'ultima lezione contiene una raccolta di esercizi, per lo più svolti, che hanno lo scopo di abituare lo studente a gestire le difficoltà che tipicamente si incontrano alla prova scritta d'esame.

Ciascuna lezione è corredata da esempi ed esercizi. Gli esempi, con testo su fondo grigio, sono esercizi svolti che fanno parte integrante della lezione e presentano applicazioni dei concetti precedentemente esposti. Gli esercizi, corredati da risultati

indicati tra parentesi quadre, devono essere intesi come materiale supplementare utile allo studio casalingo dello studente. Alcuni esercizi, con testo su fondo grigio, presentano materiali opzionali sottoposti all'attenzione dello studente in vista della loro rilevanza concettuale. Ogni lezione, compresa di esempi, contiene il solo materiale che il docente potrebbe effettivamente presentare in una lezione frontale della durata di due ore, cosicché il volume potrebbe intendersi come la trascrizione delle lezioni che costituiscono un intero corso. L'esposizione è rivolta allo studente ed è pertanto sobria ed a tratti colloquiale nella speranza di non introdurre difficoltà interpretative e rendere piacevole l'esperienza di apprendimento.

Le lezioni sono rivolte a studenti con adeguate conoscenze in analisi matematica, come quelle normalmente fornite nel corso del liceo scientifico o nei corsi di analisi matematica tenuti nei primi anni delle lauree triennali in discipline tecnico-scientifiche.

“Fisica in 48 ore” è un progetto culturale che si propone di valorizzare l'insegnamento della fisica nei contesti in cui essa gioca un ruolo ancillare nel piano formativo degli studenti. Gli autori sono infatti convinti che, proprio in quei contesti, sia importante trasmettere, a beneficio della formazione di futuri professionisti e di cittadini consapevoli (ed immuni alle moderne derive antiscientifiche), il metodo scientifico e la sua applicazione nelle scienze fisiche.

Gli autori auspicano che l'opera possa trovare il favore degli studenti e dei colleghi, divenendo un utile strumento di lavoro. Commenti sul contenuto, segnalazioni di errori ed altre sollecitazioni volte a migliorare il manuale possono essere inoltrate all'Editore o direttamente agli autori.

Un ringraziamento va infine agli studenti ed a quanti, con i loro commenti ed incoraggiamenti, hanno contribuito a rendere possibile la realizzazione di questo progetto.

Fisciano, 15 marzo 2023

*Roberto De Luca
Francesco Romeo*

Indice

Prefazione	III
Lezione 1 ELEMENTI INTRODUTTIVI	3
1. Grandezze fisiche e loro unità di misura	3
2. Metodo scientifico	4
3. L'analisi dimensionale.....	5
4. Grandezze fisiche scalari e vettoriali: l'algebra dei vettori	9
4.1 Somma e differenza tra vettori	11
4.2 Prodotto scalare	13
4.2 Prodotto vettoriale	14
5. Leggi fisiche in forma vettoriale	15
Lezione 2 LA CINEMATICA	19
1. La meccanica	19
2. La cinematica.....	19
3. Le caratteristiche cinematiche del moto: la velocità e l'accelerazione.....	22
4. Cinematica in una dimensione: moti rettilinei ad accelerazione costante	23
Lezione 3 MOTI IN DUE DIMENSIONI	35
1. Cinematica in due dimensioni	35
2. Il moto del proiettile: introduzione	35
3. Il moto del proiettile	38
4. Il moto circolare uniforme e il moto armonico.....	40

Lezione 4 LE LEGGI DELLA DINAMICA	51
1. Moti relativi in una dimensione.....	51
2. Principio di relatività (Galilei).....	53
3. Le leggi della dinamica di Newton.....	54
3.1 Primo principio (principio d'inerzia).....	55
3.2 Secondo principio	57
3.3 Terzo principio	59
4. Le forze fondamentali.....	59
Lezione 5 LA FORZA PESO E LE LEGGI DI KEPLERO	61
1. Leggi fisiche in sistemi non inerziali.....	61
2. La forza peso	63
3. La mela di Newton e l'origine della forza peso.....	64
4. La forza peso agisce in ogni situazione?	68
5. La reazione vincolare su un piano inclinato	70
Lezione 6 LE FORZE.....	73
1. La forza di attrito	73
2. Funi e carrucole ideali	75
3. La forza elastica.....	76
Lezione 7 ALCUNI SISTEMI MECCANICI DI INTERESSE	89
1. Una caduta vincolata: il pendolo semplice	89
2. La macchina di Atwood.....	93
3. Notazione scientifica e cifre significative	95
Lezione 8 IL LAVORO E L'ENERGIA CINETICA	107
1. Lavoro compiuto da una forza costante.....	107
2. Lavoro compiuto dalla forza peso	109
3. Lavoro compiuto da una forza non costante: la forza elastica.....	111

Lezione 9 ENERGIA POTENZIALE, ENERGIA MECCANICA E POTENZA...	117
1. Teorema dell'energia cinetica	117
2. La potenza	118
3. L'energia potenziale e l'energia meccanica totale.....	119
Lezione 10 ENERGIA MECCANICA E BILANCIO ENERGETICO	125
1. Caratteristiche qualitative del moto di un corpo soggetto a un potenziale ...	125
2. Il potenziale gravitazionale: la mela di Newton nello spazio	127
3. Bilancio energetico di un sistema in presenza di forze non conservative	129
Lezione 11 PROCESSI D'URTO.....	137
1. Teorema dell'impulso.....	137
2. Urto elastico contro un bersaglio fermo	141
3. Urto elastico contro un bersaglio mobile.....	143
Lezione 12 DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI	149
1. Il centro di massa.....	149
2. Il momento angolare.....	152
3. La seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi.....	155
4. Considerazioni sulla conservazione del momento angolare in sistemi isolati.....	156
Lezione 13 L'INTERAZIONE ELETTRICA	163
1. La carica elettrica	163
2. La legge di Coulomb	166
3. Cenni sulla struttura della materia	168
4. L'ipotesi di Niels Bohr	170
5. I costituenti dell'atomo	172
6. Newton contro Coulomb	173

Lezione 14 IL CAMPO ELETTRICO	177
1. Strumenti di misura dell'elettrizzazione	177
2. Il campo elettrico	181
3. Il campo elettrico generato da un dipolo elettrico	183
4. Campo elettrico di una spira carica	184
5. Una osservazione sulla neutralità della materia	186
6. Campo generato da un disco uniformemente carico	187
7. Cariche puntiformi in un campo elettrico	188
 Lezione 15 LA LEGGE DI GAUSS	193
1. Flusso di un vettore attraverso una superficie	193
2. Flusso del campo elettrico prodotto da una sorgente puntiforme attraverso una superficie sferica	195
3. Cenni sul concetto di angolo solido	196
4. Riesame del flusso del campo elettrico prodotto da una sorgente puntiforme	197
5. Flusso del campo elettrico prodotto da una sorgente puntiforme attraverso una superficie qualsiasi	198
6. Flusso del campo elettrico prodotto da più sorgenti puntiformi attraverso una superficie qualsiasi	199
7. Flusso del campo generato da cariche esterne ad una superficie chiusa	200
8. Il teorema di Gauss	201
9. Campo elettrico generato da una sfera uniformemente carica	202
10. Elettrostatica di un conduttore carico	203
11. Campo elettrico in vicinanza di un conduttore carico (Teorema di Coulomb)	205
 Lezione 16 IL POTENZIALE ELETTRICO	209
1. Alcune applicazioni della legge di Gauss	209
2. Energia potenziale e potenziale elettrico	212
3. Concetto di capacità elettrica	215
4. Il condensatore piano	217
5. Energia di carica di un condensatore	220

Lezione 17 CIRCUITI ELETTRICI: ASPETTI GENERALI	225
1. Circuito di carica di un condensatore	225
2. Collegamento di condensatori in serie e parallelo	226
2.1 Collegamento di condensatori in parallelo	227
2.2 Collegamento di condensatori in serie.....	228
3. La corrente elettrica nei conduttori metallici.....	231
4. Considerazioni energetiche sul moto dei portatori di carica in un conduttore ohmico	235
5. Conseguenze della conservazione della carica elettrica	237
 Lezione 18 CIRCUITI ELETTRICI	239
1. Semplici circuiti puramente resistivi	239
1.1 Collegamento di resistori in serie	239
1.2 Collegamento di resistori in parallelo.....	240
2. Il partitore di corrente	241
3. Il partitore di tensione.....	242
4. Primo incontro con un circuito RC.....	243
5. Generatore ideale di forza elettromotrice	246
6. Leggi di Kirchhoff.....	249
 Lezione 19 CENNI DI ANALISI CIRCUITALE –FENOMENI MAGNETICI	255
1. Metodo delle correnti di maglia.....	255
2. Concetti in pratica.....	256
3. Collegamento degli strumenti di misura (cenni)	258
4. Il circuito RC (caso generale).....	259
5. Fenomenologia del magnetismo	264
6. Sorgenti del campo magnetico e proprietà del vettore B	268

Lezione 20 CORRENTI ELETTRICHE E CAMPI MAGNETICI	273
1. Interazione tra correnti elettriche stazionarie e campi magnetici	273
2. Filo percorso da corrente in campo magnetico spazialmente uniforme: la forza di Lorentz	273
3. Moto di una particella carica in campo magnetico	276
4. Interazione tra fili percorsi da corrente stazionaria	277
5. Ancora sul campo magnetico generato da un filo rettilineo percorso da corrente stazionaria	280
6. Teorema di Ampère (caso stazionario)	282
7. Campo magnetico generato da un filo cilindrico percorso da corrente stazionaria	282
8. Applicazioni elementari della legge di Biot e Savart (prima legge di Laplace) ...	285
9. Filo rettilineo	285
10. Campo sull'asse di una spira circolare	287
 Lezione 21 ANCORA SUL CASO STAZIONARIO E SPUNTI DI RIFLESSIONE PER IL CASO NON STAZIONARIO: LE QUATTRO EQUAZIONI DI MAXWELL	291
1. Campo magnetico generato da un nastro percorso da corrente	291
2. Campo magnetico generato sull'asse di un solenoide	293
3. Equazioni di Maxwell stazionarie e cenni al caso non stazionario	295
4. Terza equazione di Maxwell per il caso non stazionario	296
5. Una situazione istruttiva	298
6. Quarta equazione di Maxwell per il caso non stazionario (Legge di Ampère-Maxwell)	302
 Lezione 22 LE EQUAZIONI DI MAXWELL E LE ONDE ELETTRONMAGNETICHE	311
1. Le equazioni di Maxwell	311
2. Onde elettromagnetiche	312
3. Equazione delle onde	317
4. Soluzioni periodiche dell'equazione delle onde	319

5. Considerazioni sulla densità di energia trasportata da un'onda elettromagnetica....	322
6. Onde in un dielettrico perfetto.....	323
7. Spettro delle onde elettromagnetiche	324
 Lezione 23 OTTICA GEOMETRICA.....	327
1. Il principio di Fermat.....	327
2. Vettore d'onda e fronte d'onda.....	330
3. Fenomeni di riflessione e rifrazione di onde elettromagnetiche all'interfaccia tra mezzi dielettrici trasparenti	332
4. Principio di funzionamento di una fibra ottica	337
 Lezione 24 ESERCIZI DI PREPARAZIONE ALLA PROVA SCRITTA	343

Prima Parte
LA MECCANICA

Lezione 1

ELEMENTI INTRODUTTIVI

1. Grandezze fisiche e loro unità di misura

La fisica è la scienza che studia i fenomeni naturali. Un fenomeno è una variazione dello stato del mondo percepibile dai nostri sensi in modo diretto o con l'ausilio di strumenti.

Osservare un fenomeno significa constatare che, in un certo intervallo di tempo, si verifica una variazione dello stato di un sistema da una configurazione A ad una B. Chiaramente, affinché un fenomeno possa essere di interesse per la fisica, è necessario che esso sia ripetibile. I fenomeni irripetibili (come, ad esempio, i miracoli) non ricadono nell'ambito di indagine delle scienze esatte. La ripetibilità della transizione da A a B, sotto ben precise condizioni iniziali, porta a stabilire un nesso causale (una correlazione) tra il verificarsi di A e la successiva evoluzione che porta il sistema nello stato B.

La comprensione di un fenomeno richiede che il nesso causale tra A e B, ossia il nesso di causa-effetto, possa essere descritto in termini semplici. La descrizione del fenomeno non deve inoltre dipendere dalla soggettività dell'osservatore. Per eliminare la soggettività e procedere in modo razionale occorre associare valori numerici ad ogni cosa che a nostro giudizio partecipi in modo rilevante allo svolgimento del fenomeno allo studio.

Il processo che consente di sostituire numeri alle parole è chiamato **processo di misura** e tutto ciò che risulti quantificabile (in modo indipendente dallo sperimentatore) mediante tale processo è chiamato **grandezza fisica**. Ad esempio, la lunghezza di un tavolo è una grandezza fisica in quanto ad essa è possibile attribuire un valore numerico una volta scelta una opportuna **unità di misura**. La bellezza di un tramonto non è una grandezza fisica in quanto non esistono modi oggettivi per quantificarla.

Il processo di misura è una operazione di confronto tra una unità di misura e una grandezza fisica ad essa omogenea. Tale operazione è ripetibile, ma non esente da errori (errori casuali, sistematici). Immaginiamo ad esempio di voler misurare la lunghezza di un tavolo. Fissiamo come unità di misura il lato più lungo di un quaderno e valutiamo quante volte l'unità di misura sia contenuta nella grandezza da misurare. Il risultato della misura sarà un numero seguito dall'indicazione dell'unità di misura utilizzata. Una misurazione della

lunghezza di un tavolo che sia espressa in termini di un numero puro (privo di unità di misura) non ha alcun senso. La scelta dell'unità di misura è arbitraria e sorge il problema di comunicare ad altri i risultati delle misure effettuate adottando una certa unità di misura. È quindi necessario un sistema di misura condiviso da tutti gli sperimentatori. Tale sistema si chiama Sistema Internazionale (SI) e raccoglie le unità di misura da adottare per ogni grandezza fisica di interesse. **Unità fondamentali** di tale sistema sono il metro (m), il chilogrammo (kg) ed il secondo (s). Per tale ragione talvolta è indicato con la sigla MKS. Nel sistema internazionale:

- le lunghezze sono misurate in metri;
- le masse sono misurate in kg;
- gli intervalli di tempo in secondi.

Le unità di misura che discendono dalle precedenti sono dette **unità di misura derivate**. Sono unità derivate quelle della velocità, dell'accelerazione, del volume etc.

2. Metodo scientifico

Il metodo scientifico è la metodologia con la quale la scienza procede ed acquisisce e consolida la conoscenza dei fenomeni naturali. Galilei è ritenuto padre di tale metodo, anche noto come metodo sperimentale. Centrale per Galilei è il ruolo dell'esperimento. Esso differisce dalla mera osservazione del fenomeno nel suo svolgersi spontaneo. La riproduzione di un fenomeno in laboratorio cerca infatti di limitare l'effetto delle perturbazioni casuali che influenzano la spontanea evoluzione del fenomeno stesso. Nell'ambito protetto del laboratorio lo sperimentatore:

- i.* riproduce in condizioni controllate il fenomeno osservato in natura;
- ii.* effettua misure delle grandezze fisiche rilevanti e ne determina nessi causali sotto forma di relazioni matematiche;
- iii.* formula previsioni sulla base delle relazioni trovate e ne verifica la validità in vari contesti.

Quando il nesso tra grandezze fisiche sia stato ampiamente verificato, esso viene codificato nella forma di **legge fisica**. La legge fisica è formulata in termini matematici nella forma di eguaglianza tra grandezze fisiche o loro funzioni. Il

processo di verifica di una legge fisica è permanente. Infatti, la scoperta di un fenomeno che devia dalle previsioni di una legge fisica rappresenta un'anomalia che mette in crisi l'impianto teorico. La scoperta di un'anomalia non episodica, ma riproducibile, richiede la revisione dell'impianto teorico.

L'approccio galileiano presuppone la convinzione che i fenomeni della natura sono conoscibili dallo sperimentatore. Memorabili, a tal proposito, le parole di Galilei tratte da un brano de *Il Saggiatore* (1623): “[...] questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), [...] non si può intendere se prima non s'impura a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.” Il frontespizio di quest'opera è rappresentato in fig. 1.1.

Figura 1.1 – Frontespizio dell'edizione originale de “Il Saggiatore”, da cui la frase riportata in questa sezione.

cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.” Il frontespizio di quest'opera è rappresentato in fig. 1.1.

3. L'analisi dimensionale

Abbiamo imparato che l'attività sperimentale porta alla formulazione di leggi nella forma di eguaglianze tra grandezze fisiche o loro funzioni. In altri termini una legge fisica si presenta nella forma astratta seguente:

$$A = B, \quad (1.1)$$

dove le quantità A e B sono funzioni assegnate di specifiche grandezze fisiche. Affinché l'eguaglianza abbia senso le dimensioni fisiche del primo membro devono coincidere con le dimensioni fisiche del secondo membro. Questo si rende necessario in quanto è possibile confrontare soltanto grandezze fisiche omogenee (quantificabili mediante l'uso della stessa unità di misura). Per indicare le dimensioni fisiche della grandezza A si ricorre alla



notazione $[A]$ e analogamente per B . Se c è un numero puro, ossia privo di unità di misura, si ha $[c] = 1$. Questa regola discende dal fatto che la moltiplicazione per una costante adimensionale di una grandezza fisica dimensionale non ne altera le dimensioni fisiche ($[c A] = [c][A] = [A]$). Per indicare che una grandezza fisica A ha dimensioni omogenee ad una lunghezza (L), una massa (M) o un tempo (T) si ricorre, a seconda dei casi, alla scrittura seguente:

$$\begin{aligned}[A] &= L, \\ [A] &= M, \\ [A] &= T.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Affinché la scrittura $A = B$ sia una legge fisica *ben formata* occorre che sia verificata la relazione $[A] = [B]$. Abbiamo inoltre le seguenti proprietà formali del simbolo [...]:

$$[A^n] = [A]^n, \tag{1.3a}$$

$$[A^n B^m] = [A]^n [B]^m. \tag{1.3b}$$

Siamo pronti a descrivere alcune applicazioni rilevanti dell'analisi dimensionale. Per prima cosa osserviamo che l'analisi dimensionale è un importante strumento di verifica preliminare di un risultato teorico (se una relazione è dimensionalmente scorretta è certamente errata!). Questo rappresenta il primo utilizzo dell'analisi dimensionale.

ESEMPIO 1

Ci viene detto che la velocità v con la quale un sasso raggiunge il suolo se lasciato cadere da una quota h vale $v = h^2$. Cosa possiamo dire circa la correttezza di tale affermazione?

L'analisi dimensionale ci mostra subito che

$$\begin{aligned}[v] &= LT^{-1} \\ [h^2] &= [h]^2 = L^2\end{aligned}$$

e pertanto $[v] \neq [h^2]$. La relazione che ci hanno comunicato non può essere una legge fisica in quanto le dimensioni dei membri dell'uguaglianza risultano non omogenee.

Approfittiamo del precedente esempio per introdurre alcune grandezze fisiche a noi note dalla vita quotidiana. Sappiamo per esperienza comune che la *velocità* quantifica la variazione della posizione di un oggetto in un dato intervallo di tempo. Per tale ragione la velocità ha dimensioni fisiche di una lunghezza divisa per un tempo ($[v] = LT^{-1}$). Nel SI l'unità di misura della velocità è il m/s .

Un altro concetto a noi familiare è quello di *accelerazione* che esprime la variazione di velocità di un corpo in un dato intervallo di tempo. Per tale ragione le dimensioni fisiche dell'accelerazione sono quelle di una velocità divisa per un tempo. Di qui segue che $[a] = [v]T^{-1} = LT^{-2}$. L'unità di misura dell'accelerazione nel SI è il m/s^2 .

Le unità di misura della velocità e dell'accelerazione sono unità derivate da quelle fondamentali. Altre unità di misura derivate sono quelle di *superficie* e di *volume*. La superficie di un quadrato è data dal quadrato del suo lato. Facile intuire che la superficie in generale ha dimensioni fisiche del quadrato di una lunghezza. Nel SI l'unità di misura di una superficie è il m^2 . Un analogo ragionamento ci fa concludere che nel SI i volumi sono espressi in m^3 .

Adesso diamo una prova di come l'analisi dimensionale possa avere capacità predittiva delle possibili relazioni fra grandezze fisiche.

ESEMPIO 2

Torniamo al nostro problema della caduta di un corpo e supponiamo di voler stabilire una relazione tra la velocità raggiunta al suolo v e la quota di caduta h .

Sappiamo dall'esperienza che i corpi in prossimità della superficie terrestre cadono con accelerazione costante pari a g . Immaginiamo che tale grandezza giochi un ruolo nel fenomeno. Supponiamo che la relazione cercata sia della forma:

$$v = k g^a h^b$$

con $[k] = 1$, a e b esponenti da determinare. Dall'analisi dimensionale otteniamo:

$$[v] = [k g^a h^b] = [g]^a [h]^b = (LT^{-2})^a L^b = L^{a+b} T^{-2a} = LT^{-1}$$

Dalla precedente otteniamo la seguente uguaglianza:

$$LT^{-1} = L^{a+b} T^{-2a}.$$

Affinché la precedente sia verificata occorre che siano rispettate le relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} a + b &= 1 \\ 2a &= 1, \end{aligned}$$

dalle quali otteniamo $a = b = 1/2$. Abbiamo quindi ottenuto che:

$$v = k g^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}} = k \sqrt{gh}.$$

Si noti che abbiamo usato la relazione $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

ESEMPIO 3

Un corpo di massa m è sospeso mediante una cordicella inestensibile di lunghezza ℓ al soffitto di una stanza. Un colpo di vento mette in oscillazione il corpo che ritorna ad intervalli di tempo uguali nella posizione iniziale. Detto \mathcal{T} l'intervallo di tempo che il corpo impiega per tornare periodicamente nella posizione di partenza, stabilire la relazione che intercorre tra \mathcal{T} ed ℓ facendo opportune ipotesi sulla forma funzionale di tale relazione ed utilizzando l'analisi dimensionale (*suggerimento: si ricordi che il moto avviene nel campo della gravità terrestre e che quindi il risultato dipenderà dall'accelerazione di gravità g*).

Supponiamo che la relazione funzionale tra il periodo di oscillazione \mathcal{T} e le altre grandezze fisiche in gioco sia del tipo $\mathcal{T} = k m^\alpha \ell^\beta g^\gamma$, dove k rappresenta una costante adimensionale. Ricordando che $[\mathcal{T}] = T$, $[k] = 1$, $[m] = M$, $[\ell] = L$, $[g] = LT^{-2}$, otteniamo l'equazione seguente:

$$[\mathcal{T}] = M^\alpha L^\beta T^{-2\gamma},$$

che è dimensionalmente corretta soltanto quando la quantità al primo membro ha dimensioni fisiche identiche a quelle della quantità che compare al secondo membro. Questo avviene quando $\alpha = 0$, $\beta = 1/2$, $\gamma = -1/2$. Ne risulta la relazione funzionale seguente:

$$\mathcal{T} = k \sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$



Roberto De Luca • Francesco Romeo

Fisica in 48 ore

Meccanica, Elettricità e Magnetismo

Accedi all'**ebook** e ai
contenuti digitali ➤ **Espandi** le tue risorse ➤ con un libro che **non pesa** e si **adatta**
alle dimensioni del tuo **lettore**



All'interno del volume il **codice personale** e le istruzioni per accedere alla versione **ebook** del testo e agli ulteriori servizi.
L'accesso alle risorse digitali è **gratuito** ma limitato a **18 mesi dalla attivazione del servizio**.

