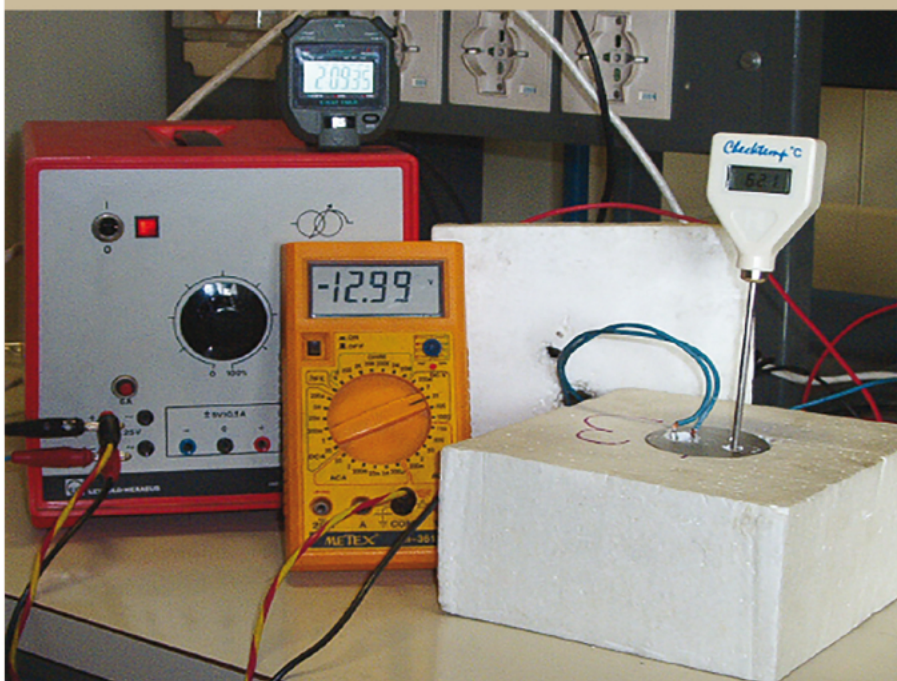


IL LABORATORIO DI FISICA I

Metrologia - Analisi dei Dati
Meccanica - Termodinamica



Vincenzo Canale • Massimo Della Pietra

Accedi ai contenuti **digitali**



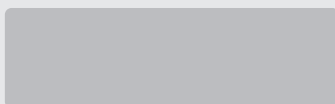
COLLEGATI AL SITO
EDISESUNIVERSITA.IT

ACCEDI AL
MATERIALE DIDATTICO

SEGUI LE
ISTRUZIONI

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edisesuniversita.it** e attivare la tua **area riservata**. Potrai accedere al **materiale didattico** on line legato al testo.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie



Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edisesuniversita.it** e segui queste semplici istruzioni

Se sei registrato al sito

- clicca su **Accedi al materiale didattico**
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

Se non sei già registrato al sito

- clicca su **Accedi al materiale didattico**
- registrati al sito o autenticali tramite facebook
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edisesuniversita.it** e segui la procedura già descritta per **utenti registrati**

IL LABORATORIO DI FISICA I

METROLOGIA - ANALISI DEI DATI
MECCANICA - TERMODINAMICA

Vincenzo Canale · Massimo Della Pietra



Vincenzo Canale - Massimo Della Pietra

Il laboratorio di FISICA I

Metrologia - Analisi dei Dati - Meccanica - Termodinamica

Copyright © 2020 EdiSES Università S.r.l.–Napoli

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2026	2025	2024	2023	2022	2021	2020			

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

Stampato presso:

Print Sprint S.r.l. – Napoli

per conto della

EdiSES Università – Piazza Dante, 89 – Napoli

Tel. 081/7441706-07 Fax 081/7441705

www.edisesuniversita.it

info@edisesuniversita.it

ISBN 978 88 3623 0044

Autori

Vincenzo Canale si è formato nell'Università La Sapienza di Roma, ed è professore ordinario di fisica sperimentale all'Università di Napoli Federico II. La sua attività didattica si svolge negli insegnamenti di laboratorio e di fisica moderna per i corsi di studio in Fisica e Matematica. La sua attività di ricerca riguarda la fisica subnucleare, per la quale egli partecipa ad esperimenti presso il CERN di Ginevra.

Massimo Della Pietra si è formato presso l'Università di Napoli la Federico II, dove è professore associato di fisica sperimentale. La sua attività didattica si svolge negli insegnamenti di fisica generale e di laboratorio per i corsi di studio in Ingegneria e Fisica. La sua attività di ricerca riguarda la fisica subnucleare, per la quale egli partecipa ad esperimenti presso il CERN di Ginevra.

Prefazione

Questo libro nasce dall'esperienza nei corsi di laboratorio di fisica del primo anno tenuti dagli autori per i loro compiti didattici. Il testo verte sulle problematiche della misura delle grandezze fisiche, delle tecniche di analisi dei dati sperimentali e contiene esperienze di meccanica e termodinamica. Dunque si adatta ai programmi del primo anno di studio per gli studenti del corso di laurea in Fisica, ed eventualmente per i corsi di studio in Matematica, Chimica e Ingegneria se prevedono attività di laboratorio di fisica.

Rispetto a una prima esperienza editoriale di qualche anno addietro¹, nella quale avevamo privilegiato l'impatto delle esperienze sulla fenomenologia della fisica generale, l'opera affronta in maniera più sistematica le prime due tematiche relative ai fondamenti della tecnica sperimentale e all'analisi statistica dei dati. Queste parti sono state significativamente ampliate e forniscono una trattazione esauriente e sufficientemente approfondita per una laurea di primo livello.

Nella parte riguardante la misura delle grandezze, sviluppata nei primi tre capitoli, oltre alla problematica canonica riguardante le grandezze, gli strumenti e le incertezze, abbiamo presentato anche una serie di argomenti che generalmente vengono affrontati rapidamente, confidando sul loro carattere intuitivo, senza rendere merito alla loro rilevanza concettuale; alcuni argomenti sono più avanzati, si incontrano raramente nella bibliografia di base (e non solo), ma sono stati inseriti come stimolo per ulteriori approfondimenti (e.g. la trattazione formale dell'analisi dimensionale). La prima parte, sulla misura delle grandezze fisiche, si conclude con una breve introduzione ai principali metodi di analisi dei dati. Essendo svolta prima della trattazione completa delle tecniche statistiche, ma necessaria per permettere agli studenti di iniziare l'attività in laboratorio, la presentazione si fonda maggiormente sul carattere intuitivo/qualitativo dei risultati, cercando di farne emergere il significato fisico sostanziale.

La parte riguardante l'analisi statistica dei dati sperimentali si articola invece su otto capitoli e risulta piuttosto completa, probabilmente sovradimensionata per un corso del primo anno, ma ben adattata per accompagnare lo studente lungo tutto il corso di studi di primo livello. Lo sviluppo segue un ordine abbastanza consolidato: si parte dai concetti di probabilità e delle variabili aleatorie, successivamente si affronta il problema dell'inferenza

¹V. Canale, M. Della Pietra, Fisica in laboratorio, Meccanica e Termodinamica, ARACNE 2008

statistica con lo studio sperimentale delle distribuzioni, la stima dei parametri e dei loro intervalli di variabilità, l'analisi della regressione e il test di ipotesi. Come accennato, gli argomenti esposti sono molteplici, in alcuni casi piuttosto originali (e.g. l'origine della distribuzione di Gauss assente da quasi tutta la bibliografia di base!) e il livello della trattazione non è sempre elementare, pertanto per un corso del primo anno si dovranno effettuare delle scelte mirate. Tuttavia abbiamo privilegiato la completezza per permettere agli studenti di avere un riferimento generale e stimolare anche la curiosità intellettuale di quelli più intraprendenti. L'impostazione è chiaramente quella della fisica sperimentale, tuttavia sono presenti numerosi riferimenti ad altri campi delle scienze e anche a specifiche tematiche di tipo statistico/matematico. In effetti uno dei problemi maggiori in questo settore, è quello della diversità di linguaggio fra le varie comunità scientifiche su argomenti molto simili nella sostanza; pensiamo che sia un bene abituare da subito gli studenti a questa forma di apertura mentale.

In un testo di laboratorio di fisica non poteva mancare una parte sperimentale(!) che è sviluppata negli ultimi quattro capitoli della terza parte. I primi tre riportano delle esperienze molto classiche su argomenti di meccanica e termodinamica, comprese quelle che non possono *mancare*, come per esempio: la caduta del grave, il pendolo e quelle di termometria/calorimetria. Alcune esperienze, invece, sono particolarmente adatte per evidenziare sperimentalmente e approfondire i concetti sviluppati nei corsi fenomenologici, fra queste sono particolarmente rappresentative quelle sulle oscillazioni forzate, sulle onde, sulla diffusione termica e sul motore termico. Alcuni di questi apparati non sono facilmente replicabili in gran numero per delle classi di laboratorio, mentre si prestano molto bene per esperienze dimostrative/quantitative molto *spettacolari* da svolgere in aula. Questi argomenti sono stati raggruppati in un unico capitolo disponibile on line.

La parte fenomenologica di fisica è stata limitata al massimo, rimandando sistematicamente alla bibliografia e, per quanto possibile, si è cercato di presentare l'attività di laboratorio come la *scoperta* di leggi fisiche piuttosto che una semplice *verifica* delle previsioni teoriche. Dal punto di vista strumentale abbiamo cercato di usare della strumentazione relativamente avanzata (e.g. sensori di vario tipo interfacciati con computer). In particolare sono diventati accessibili, a costi relativamente contenuti, numerosi strumenti che permettono di effettuare misure di laboratorio in tempo reale. L'uso di questa strumentazione consente, generalmente, un significativo miglioramento della sensibilità sperimentale con un duplice vantaggio. Da un lato si manifestano in modo evidente gli effetti delle fluttuazioni casuali ed è possibile applicare le tecniche di analisi statistica. Dall'altro si osservano fenomeni che corrispondono a effetti generalmente trascurati nelle schematizzazioni elementari e che richiedono, per comprenderli, interessanti approfondimenti (per esempio l'effetto della massa delle molle nello studio dei moti armonici o l'attrito volvente nel rotolamento sul piano inclinato). Questa interconnessione fra miglioramento della sensibilità sperimentale e nuova fenomenologia è interessante perché costituisce una caratteristica della ricerca fondamentale, un esempio storicamente molto importante di questo tipo è stata la scoperta della radiazione di fondo cosmico avvenuta grazie al miglioramento della qualità delle antenne ricettive.

Per rimarcarne il carattere formativo, le esperienze sono piuttosto *articolate* e si riconoscono sempre tutti i diversi passi della fisica sperimentale: concezione dell'esperimento, preparazione dell'apparato, presa dati, analisi delle misure e risultati. Questo è preferibile alla proposizione di esperimenti che, seppur molto riusciti perché ottimizzati dall'uso di materiale molto specializzato, risultano delle *scatola nere*. I sistemi realizzati sono, in linea di principio, perfettamente spiegabili per gli studenti del primo anno con il minimo bagaglio di conoscenze in fisica delle scuole superiori; inoltre la gran parte di essi si può realizzare anche con strumentazione meno sofisticata di quella proposta, senza nulla togliere al valore concettuale dell'esperimento.

Riguardo la bibliografia abbiamo preferito inserire i riferimenti direttamente nel corpo del testo invece di un elenco finale scorrelato dagli argomenti; questa scelta ricalca quella della letteratura scientifica e l'idea è quella di stimolare puntualmente la curiosità del lettore. A parte le opere di carattere molto generale (per gli argomenti di analisi matematica, di algebra lineare e della fenomenologia della fisica) che sono indicative, le fonti citate, pur riflettendo i gusti degli autori, sono molto varie e comprendono testi che seguono diverse impostazioni didattiche e culturali, con lo scopo di farne scoprire le differenze e i rispettivi pregi. Naturalmente non potevano mancare alcuni classici fondamentali, principalmente per la parte relativa all'analisi statistica dei dati, che si rivelano ancora, a distanza di decenni, delle fonti inesauribili di informazione e di approfondimento. I riferimenti alla rete informatica sono limitati poiché, in generale, gli studenti già dominano facilmente questa interessante fonte di informazione; quello che ci interessa suggerire è la scoperta dei grandi testi, anche a costo di uno sforzo intellettuale supplementare.

Per le notazioni matematiche abbiamo scelto quelle attualmente più diffuse in letteratura, mentre per la rappresentazione numerica usiamo la virgola per separare la parte intera da quella decimale. Ovviamente, data la natura del testo, le unità di misura seguite sono quelle del Sistema Internazionale tranne nelle rare occasioni dove esiste una motivata esigenza didattica (e.g. la caloria).

Un ringraziamento ai numerosi colleghi per l'aiuto in laboratorio, le discussioni e i suggerimenti; infine un ringraziamento particolare ai tecnici dei laboratori didattici del Dipartimento di Fisica dell'Università Federico II di Napoli per la disponibilità dimostrata in questi anni.

Indice

I	Misura delle grandezze fisiche	21
1	Le grandezze fisiche	23
1.1	Le grandezze fisiche e loro proprietà elementari	24
1.1.1	Il metodo sperimentale e le leggi fisiche	24
1.1.2	Definizione operativa di una grandezza fisica	26
1.1.3	Rappresentazione numerica e concetto delle cifre significative	30
1.1.4	Grandezze scalari e vettoriali	31
1.2	Dimensioni delle grandezze e unità di misura	32
1.2.1	Grandezze di base e grandezze derivate	32
1.2.2	Concetto di dimensioni fisiche delle grandezze	33
1.2.3	Equazioni fisiche, omogeneità dimensionale e costanti fisiche	40
1.2.4	L'analisi dimensionale*	43
1.2.5	Unità delle grandezze di base: sistemi di unità di misura	51
1.3	I sistemi di unità di misura	52
1.3.1	Il Sistema Internazionale di unità di misura	52
1.3.2	Altri sistemi di unità di misura di uso frequente	57
1.3.3	Conversione delle grandezze fra sistemi di unità di misura	58
2	La misura delle grandezze fisiche	63
2.1	La misura di una grandezza fisica con lo strumento	64
2.1.1	Gli strumenti di misura	64
2.1.2	Caratteristiche degli strumenti di misura	70
2.2	Incertezza delle misure	75
2.2.1	Concetto di incertezza nelle misure	75
2.2.2	Tipi di incertezze: massime, casuali, sistematiche, totale e relativa	79
2.2.3	Misure indirette e propagazione delle incertezze	85
2.2.4	Cifre significative dei valori numerici	88
2.2.5	Confronto e combinazione di misure	91
2.3	Esempi di misura di alcune grandezze di base	94
2.3.1	La misura delle lunghezze	94

2.3.2	La misura del tempo	98
2.3.3	La misura delle masse	100
3	Metodi elementari di analisi	103
3.1	Analisi statistica elementare delle incertezze casuali	104
3.1.1	Rappresentazione delle misure ripetute: istogrammi e tabelle	104
3.1.2	Indicatori di posizione e di dispersione	107
3.1.3	La valutazione dell'incertezza statistica	110
3.2	Grafici delle relazioni fra grandezze fisiche	115
3.2.1	Rappresentazioni grafiche con scale lineari	115
3.2.2	La dipendenza lineare fra grandezze fisiche	117
3.2.3	Rettificazione di andamenti non lineari	118
3.2.4	Grafici con scale logaritmiche e semilogaritmiche	120
3.2.5	Stima dei parametri di un andamento grafico: concetto di <i>fit</i>	125
3.3	La dipendenza temporale in fisica	131
3.3.1	L'andamento temporale polinomiale	132
3.3.2	L'andamento temporale esponenziale	133
3.3.3	La dipendenza temporale periodica	134
II	Elementi di analisi dei dati	137
4	Probabilità e statistica	139
4.1	Eventi aleatori e concetto di probabilità	140
4.1.1	La definizione di probabilità classica o <i>a priori</i>	141
4.1.2	La definizione <i>frequentista</i> di probabilità	141
4.1.3	La definizione <i>soggettiva</i> di probabilità	142
4.1.4	La definizione <i>assiomatica</i> di probabilità	144
4.1.5	Risultati fondamentali del calcolo delle probabilità	145
4.1.6	Un esempio problematico: il <i>paradosso</i> di Bertrand	148
4.2	Elementi di Calcolo Combinatorio	150
4.2.1	Disposizioni e permutazioni	150
4.2.2	Combinazioni e ripartizioni di elementi in due classi	151
4.2.3	Ripartizioni di elementi in m classi distinte	153
4.2.4	Due esempi originali legati al calcolo combinatorio	154
4.3	Il legame stocastico fra gli eventi	157
4.3.1	La probabilità condizionata	157
4.3.2	Dipendenza e indipendenza logica fra gli eventi	159
4.3.3	Il teorema di Bayes	162
4.3.4	Rappresentazione ad albero ed esempi	163
4.4	Probabilità e inferenza statistica	168

5	Le distribuzioni delle variabili casuali	171
5.1	Variabili casuali unidimensionali	172
5.1.1	Funzione di distribuzione di probabilità	172
5.1.2	Funzione cumulativa di probabilità	174
5.1.3	Caso delle variabili casuali <i>continue</i>	175
5.2	Indicatori caratteristici delle distribuzioni	177
5.2.1	Operatore del valore di aspettazione	177
5.2.2	Indicatori di posizione: media, mediana e moda	177
5.2.3	Indicatori di forma: varianza, asimmetria e curtosi	179
5.2.4	Indicatori integrali: quantili e percentili	180
5.2.5	Le variabili standardizzate	182
5.3	Variabili aleatorie multidimensionali	183
5.3.1	Valori di aspettazione multidimensionali e la covarianza	184
5.3.2	Correlazione e dipendenza fra variabili casuali	186
5.3.3	Formalismo generale del caso multidimensionale	189
5.4	Trasformazione e funzioni delle variabili aleatorie	190
5.4.1	Trasformazioni di variabili casuali	190
5.4.2	Costruzione di nuove variabili aleatorie e loro distribuzione	196
5.4.3	Valori di aspettazione delle funzioni di variabili aleatorie	197
5.5	Trasformate delle distribuzioni di variabili casuali *	203
5.5.1	Momenti, cumulanti e loro funzione generatrici	203
5.5.2	Funzione caratteristica delle distribuzioni	208
6	Modelli di variabili casuali	213
6.1	Distribuzioni di variabili casuali discrete	214
6.1.1	La distribuzione uniforme discreta	214
6.1.2	La variabile di Bernoulli e la distribuzione binomiale	215
6.1.3	Ulteriori distribuzioni <i>bernoulliane</i> : geometrica, binomiale negativa e ipergeometrica	225
6.1.4	La distribuzione multinomiale	230
6.1.5	La distribuzione di Poisson	233
6.2	Distribuzioni di variabili casuali continue	240
6.2.1	La distribuzione uniforme	240
6.2.2	La distribuzione esponenziale	241
6.2.3	La distribuzione Gamma	244
6.2.4	Ulteriori distribuzioni di interesse per le scienze	246
6.3	La distribuzione normale o di Gauss	249
6.3.1	La distribuzione delle incertezze casuali	249
6.3.2	Proprietà caratteristiche della distribuzione di Gauss	254
6.3.3	Proprietà delle variabili aleatorie gaussiane e indipendenti	257
6.3.4	Il teorema del limite centrale	259

6.3.5	La distribuzione multinormale	260
6.4	Distribuzioni di variabili inferenziali	268
6.4.1	La distribuzione del χ^2	268
6.4.2	La distribuzione di Student	273
6.4.3	La distribuzione di Fisher	276
6.5	Relazioni fra le distribuzioni di variabili casuali	278
6.5.1	Limite della binomiale e formula di De Moivre-Laplace	278
6.5.2	Comportamento limite della distribuzione di Poisson	279
6.5.3	Comportamento limite delle distribuzioni del χ^2 e di Student	281
6.6	La generazione delle variabili casuali	284
6.6.1	Generazione di numeri casuali uniformemente distribuiti	284
6.6.2	Generazione col metodo di inversione della cumulativa	287
6.6.3	Metodi numerici di generazione	289
6.6.4	La generazione delle variabili gaussiane	294
7	Analisi sperimentale delle distribuzioni di variabili casuali	301
7.1	Variabili aleatorie sperimentali e inferenza statistica	302
7.1.1	Popolazione, campioni casuali e statistiche campionarie	302
7.1.2	Rappresentazione grafica delle distribuzioni sperimentali	306
7.1.3	Inferenza dei principali parametri di una distribuzione	308
7.2	Proprietà di convergenza generali	311
7.2.1	La disuguaglianza di Bienaymé - Chebichev	311
7.2.2	La convergenza in probabilità e la legge dei grandi numeri	312
7.2.3	Esempi di simulazioni della legge dei grandi numeri.	313
7.3	Le distribuzioni delle statistiche campionarie	315
7.3.1	Il teorema del limite centrale e la media campionaria	315
7.3.2	La distribuzione delle varianze campionarie	321
7.3.3	La combinazione <i>standard</i> di media e varianza campionarie	324
7.4	Variabili sperimentali multidimensionali	328
7.4.1	Campioni, statistiche e rappresentazioni grafiche	328
7.4.2	La distribuzione del coefficiente di correlazione campionario	329
8	La stima dei parametri di una distribuzione	333
8.1	Stimatori dei parametri di una distribuzione	334
8.1.1	Impostazione generale del problema	334
8.1.2	Concetto di stimatore e proprietà di consistenza e correttezza	336
8.1.3	Efficienza e limite inferiore della varianza di uno stimatore	337
8.2	Il metodo della massima verosimiglianza	343
8.2.1	Il principio di massima verosimiglianza	343
8.2.2	Applicazione alle distribuzioni di probabilità elementari	345
8.2.3	Distribuzione di Gauss e metodo ML	349

8.2.4	Proprietà del metodo di ML ed estensione multidimensionale	352
8.2.5	Esempi particolari di applicazione del metodo di ML: risoluzione sperimentale*, likelihood estesa, dati istogrammati	356
8.3	Ulteriori metodi di stima dei parametri	367
8.3.1	Il metodo dei momenti	367
8.3.2	Il metodo dei minimi quadrati	369
9	La stima dell'intervallo dei parametri di una distribuzione	371
9.1	Il problema della stima dell'intervallo dei parametri	372
9.1.1	La deviazione standard e l'incertezza statistica	372
9.1.2	Concetto di intervallo di confidenza	372
9.2	Costruzione degli intervalli di confidenza	376
9.2.1	Costruzione generale della <i>confidence belt</i>	376
9.2.2	Metodo analitico della funzione <i>ancillare</i>	379
9.3	Intervalli sui parametri delle pdf elementari	381
9.3.1	Intervallo per il valore aspettato della distribuzione di Gauss	381
9.3.2	Intervallo per il parametro λ della distribuzione esponenziale*	382
9.3.3	Intervalli per i parametri di distribuzioni discrete	384
9.4	Intervalli di confidenza delle statistiche campionarie	388
9.4.1	Intervallo di confidenza per la stima del valore aspettato	388
9.4.2	Intervallo di confidenza per la stima della varianza	389
9.4.3	Intervallo di confidenza per il coefficiente di correlazione*	390
9.5	Metodi approssimati per gli intervalli di confidenza	392
9.5.1	Il metodo della variazione della log-likelihood dal massimo	392
9.5.2	Regioni di confidenza multidimensionali	398
9.6	Intervalli asimmetrici e limiti di confidenza	401
9.6.1	Costruzione degli intervalli asimmetrici: limiti superiori e inferiori	401
9.6.2	Limiti inferiori e superiori per la distribuzione binomiale	403
9.6.3	Limiti inferiori e superiori per la distribuzione di Poisson	404
9.7	Approccio Bayesiano all'inferenza statistica	406
9.7.1	Il teorema di Bayes applicato all'inferenza statistica	406
9.7.2	La scelta del <i>prior</i> per descrivere la mancanza di conoscenza	409
9.7.3	Intervalli e limiti di confidenza nell'approccio bayesiano	413
10	Stima dei parametri di una dipendenza funzionale	417
10.1	La dipendenza funzionale fra le variabili casuali	418
10.1.1	Relazione statistica e dipendenza funzionale	418
10.1.2	Il metodo dei Minimi Quadrati e sue proprietà	420
10.1.3	Un esempio semplice: la media pesata di n misure	423
10.1.4	La scelta della dipendenza funzionale e la qualità del <i>fit</i>	425
10.2	La dipendenza lineare fra due variabili aleatorie	426

10.2.1	La stima dei parametri di una retta	426
10.2.2	Incertezze sulle stime dei parametri	427
10.2.3	Interpolazioni, estrapolazioni e intersezioni fra rette di fit	435
10.2.4	Coefficiente di correlazione e di determinazione	437
10.2.5	Analisi dei risultati con campioni simulati	438
10.3	I Minimi Quadrati Lineari	441
10.3.1	Stima dei parametri di una dipendenza polinomiale	441
10.3.2	Modello lineare generale e formalismo matriciale	441
10.3.3	Il fit ai minimi quadrati lineari vincolato	448
10.4	Cenni ai Minimi Quadrati non Lineari	454
10.4.1	Problemi non lineari dei minimi quadrati	454
10.4.2	Cenni alle soluzioni numeriche per il metodo dei LS	456
10.5	Metodo dei LS applicato ai dati istogrammati	459
11	Il test di ipotesi	461
11.1	Concetti di base della tematica del test di ipotesi	462
11.1.1	Introduzione alla problematica del test di ipotesi	462
11.1.2	Ipotesi di lavoro, regione di accettazione e regione critica.	462
11.2	Test con ipotesi semplici	465
11.2.1	I concetti di rischio di I e II specie	465
11.2.2	Un esempio semplice	467
11.2.3	La scelta del test più appropriato	469
11.3	Test con ipotesi composite	477
11.3.1	Estensione dei concetti: correttezza e consistenza di un test	477
11.3.2	Test a una coda o a due code	479
11.3.3	Estensione del concetto di test <i>migliore</i> : il rapporto delle massime verosimiglianze	484
11.3.4	Un approccio alternativo: il p_{value}	487
11.4	Test parametrici di uso frequente	488
11.4.1	Test sulla media di una v.a. Gaussiana con varianza nota	488
11.4.2	Test sulla media di una v.a. Gaussiana con varianza ignota	490
11.4.3	Test sulla varianza di una variabile casuale gaussiana	494
11.4.4	Confronto fra medie e varianze di due campioni indipendenti	495
11.4.5	Formulazione del test in termini delle funzioni <i>ancillari</i>	499
11.5	Test non parametrici	501
11.5.1	Test del χ^2 sulla qualità di un fit	501
11.5.2	Test dei segni per i residui di un fit	506
11.5.3	Test del χ^2 per il confronto fra due o più categorie	509
11.5.4	Test di Kolmogorov-Smirnov	511
11.5.5	Test <i>esatto</i> di Fisher	512

III	Esperienze di meccanica e termodinamica	515
12	Esperienze con misure statiche	517
12.1	Misura elementari di grandezze geometriche	517
12.1.1	Misura delle dimensioni di un corpo semplice	518
12.1.2	Misura del volume di un corpo regolare complesso	519
12.1.3	Messa in evidenza delle fluttuazioni statistiche	522
12.2	Misure di massa volumica	524
12.2.1	Misura elementare della massa volumica	524
12.2.2	Misure di densità relativa col metodo del picnometro	525
12.2.3	Messa in evidenza e proprietà della spinta di Archimede	528
12.3	Le forze elastiche	532
12.3.1	La legge di Hooke e la misura della costante elastica della molla . . .	532
12.3.2	L'energia potenziale elastica	534
13	Esperienze di dinamica del punto e dei sistemi	537
13.1	Il moto dei gravi	538
13.1.1	La forza peso	538
13.1.2	Studio del moto di caduta libera e misura di g	539
13.1.3	Studio del moto di un proiettile	545
13.2	L'oscillazioni di un corpo appeso a una molla	549
13.2.1	Studio delle oscillazioni armoniche in assenza di attrito	549
13.2.2	Studio delle oscillazioni smorzate con attrito viscoso	555
13.3	Rotazioni di un corpo intorno a un asse fisso	558
13.3.1	Dinamica delle rotazioni intorno a un asse fisso	558
13.3.2	Studio sperimentale di una macchina di Atwood	559
13.4	Il moto di <i>puro</i> rotolamento	569
13.4.1	Cinematica, dinamica ed energetica del moto di rotolamento	569
13.4.2	Moto di rotolamento per effetto di forze o momenti esterni	571
13.4.3	Misure di rotolamento lungo un piano inclinato	573
13.5	Il moto pendolare	579
13.5.1	Il pendolo semplice	579
13.5.2	Il pendolo composto	591
13.5.3	Il pendolo reversibile di Kater e la misura accurata di g	593
14	Esperienze di termometria, calorimetria e termodinamica	601
14.1	La temperatura e la sua misura	601
14.1.1	Le proprietà termometriche e i termometri	602
14.1.2	Misura della costante di tempo del termometro	607
14.2	La calorimetria	615
14.2.1	La definizione calorimetrica della quantità di calore	615

14.2.2	Studio delle proprietà di un calorimetro delle mescolanze	617
14.2.3	Misura del calore specifico di corpi solidi	622
14.2.4	Misura del calore latente di fusione del ghiaccio	624
14.3	Il calore come scambio di energia	627
14.3.1	Equivalenza di lavoro e calore	627
14.3.2	La misura dell'equivalente meccanico della caloria	630
14.3.3	La misura dell'equivalente elettrico della caloria	635

15	Esperienze di approfondimento su fenomeni meccanici e termici (estensio- ne online)	639
15.1	Le forze dissipative	640
15.1.1	La forza di attrito radente	641
15.1.2	La resistenza del mezzo e suo effetto sul moto dei gravi	643
15.2	Misure complementari sui moti rotatori	651
15.2.1	Studio sperimentale delle rotazioni intorno a un asse fisso	651
15.2.2	Studio sperimentale di un pendolo composto	654
15.2.3	Il pendolo balistico	656
15.3	Gli oscillatori accoppiati	660
15.3.1	Sistema di due oscillatori armonici accoppiati elasticamente	660
15.3.2	Studio sperimentale di un sistema di oscillatori accoppiati	665
15.3.3	Ulteriori esempi di accoppiamento meccanico	668
15.4	Le oscillazioni forzate	670
15.4.1	L'oscillatore forzato e il fenomeno della risonanza	670
15.4.2	Studio sperimentale di un oscillatore forzato	674
15.4.3	Studio sperimentale di oscillatori accoppiati forzati	679
15.5	Le onde meccaniche	683
15.5.1	Propagazione delle onde in un mezzo continuo	683
15.5.2	Studio sperimentale delle onde longitudinali sulla molla	690
15.6	Le onde stazionarie	692
15.6.1	I modi normali di vibrazione	692
15.6.2	Misura dei modi trasversali e longitudinali della molla	694
15.6.3	Studio <i>completo</i> del moto del corpo attaccato alla molla	697
15.7	La propagazione del calore per diffusione	701
15.7.1	L'equazione della diffusione termica	701
15.7.2	La diffusione termica in regime stazionario e periodico	703
15.8	I sistemi gassosi e le macchine termiche	708
15.8.1	Studio sperimentale delle leggi dei gas	708
15.8.2	I cicli termodinamici: motori termici e frigoriferi	714
15.8.3	Studio sperimentale di una macchina di Stirling	718

IV Appendici 737

A Risultati matematici 739

A.1 Sviluppi notevoli di Taylor 739

A.2 La funzione Gamma di Eulero 740

Parte I

Misura delle grandezze fisiche

Capitolo 1

Le grandezze fisiche

In questo primo capitolo affronteremo la tematica fondamentale delle grandezze fisiche. Dopo la loro definizione operativa, discuteremo il concetto delle loro dimensioni e della loro rappresentazione quantitativa all'interno di un sistema di unità di misura.

Contenuto del capitolo

1.1	Le grandezze fisiche e loro proprietà elementari	24
1.1.1	Il metodo sperimentale e le leggi fisiche	24
1.1.2	Definizione operativa di una grandezza fisica	26
1.1.3	Rappresentazione numerica e concetto delle cifre significative . .	30
1.1.4	Grandezze scalari e vettoriali	31
1.2	Dimensioni delle grandezze e unità di misura	32
1.2.1	Grandezze di base e grandezze derivate	32
1.2.2	Concetto di dimensioni fisiche delle grandezze	33
1.2.3	Equazioni fisiche, omogeneità dimensionale e costanti fisiche . . .	40
1.2.4	L'analisi dimensionale*	43
1.2.5	Unità delle grandezze di base: sistemi di unità di misura	51
1.3	I sistemi di unità di misura	52
1.3.1	Il Sistema Internazionale di unità di misura	52
1.3.2	Altri sistemi di unità di misura di uso frequente	57
1.3.3	Conversione delle grandezze fra sistemi di unità di misura	58

1.1 Le grandezze fisiche e loro proprietà elementari

Una *grandezza fisica* rappresenta una proprietà di un fenomeno o di un oggetto fisico che può essere messa in evidenza e alla quale, tramite la procedura di misura con uno strumento che discuteremo in dettaglio nel seguito, si può associare una determinazione quantitativa, tipicamente un numero reale: il cosiddetto risultato della misura. L'esempio forse più familiare di grandezza fisica è quello della distanza fra due oggetti che si può misurare con un metro, almeno nelle applicazioni della vita quotidiana. Un altro esempio molto familiare è costituito dall'intervallo di tempo trascorso fra due eventi (durata) e in questo caso lo strumento è un orologio.

Gli esempi citati di distanza e di intervallo di tempo sono fra i più importanti perché da queste grandezze, come vedremo, se ne possono costruire molte altre come per esempio la velocità, l'accelerazione, ecc.. Inoltre la loro interpretazione intuitiva coincide con la loro definizione, almeno nell'ambito della meccanica classica. Ogni grandezza ha le sue peculiarità, e spesso la sua interpretazione corretta non è sempre così immediata. Per esempio esistono:

- grandezze molto intuitive che si misurano accuratamente, ma la cui definizione *corretta* presenta non poche difficoltà concettuali. Questo è il caso della massa, a tutti apparentemente ben nota, la cui definizione *esauriente* richiede i principi delle più avanzate teorie fisiche come la Relatività Generale;
- grandezze, sempre molto intuitive e ben definibili operativamente, che sono difficili da definire anche a un livello molto elementare di speculazione. L'esempio più noto è forse quello della temperatura, così familiare nell'esperienza, che per essere definita, senza riferimento al tipo di termometro usato, richiede il secondo principio della termodinamica o la meccanica statistica (!);
- grandezze poco intuitive, spesso derivate da altre, che permettono di evidenziare e descrivere meglio alcune caratteristiche dei fenomeni fisici. Un esempio notevole è quello della quantità di moto con la quale si ottiene la formulazione più completa delle leggi della meccanica rispetto all'uso della grandezza *forza*, sicuramente più intuitiva;
- grandezze apparentemente ausiliarie che, definite in alcuni fenomeni per semplificarne la descrizione, si prestano successivamente a generalizzazioni che superano il semplice ambito della loro definizione. Gli esempi più importanti sono quelli dell'energia e del momento angolare che, introdotti nella meccanica, si ritrovano in tutti i campi della fisica fino al livello microscopico fondamentale.

1.1.1 Il metodo sperimentale e le leggi fisiche

La fisica è la scienza che studia e descrive i fenomeni naturali, una delle sue caratteristiche fondamentali è rappresentata dal carattere obbiettivo di questa conoscenza, ovvero indipendente per quanto possibile dalle persone che la acquisiscono. Conseguentemente i metodi di

indagine devono possedere questo carattere di oggettività¹. Il modo per realizzare al meglio queste condizioni è quello di fornire, sulla base di osservazioni sperimentali, una descrizione quantitativa dei fenomeni. Le osservazioni si effettuano tramite le misure, che forniscono dei numeri che vengono elaborati, analizzati e successivamente inquadrati nell'ambito di modelli o teorie fisiche.

Per organizzare logicamente e quantitativamente le osservazioni e le misure si ricorre alle *leggi fisiche*. Una legge è una relazione che collega le grandezze fisiche coinvolte in un particolare fenomeno. In generale essa viene rappresentata sotto forma di una relazione matematica fra le grandezze. La metodologia di analisi della fisica è stata tracciata da Galileo che per primo adottò in modo sistematico *il metodo sperimentale*². In questo approccio la validità di una legge non dipende dal suo grado di intuizione, dalla sua eleganza formale, dal rigore logico per la sua deduzione, ecc... Il criterio di giudizio finale è rappresentato dall'accordo delle previsioni con gli esperimenti che misurano le grandezze coinvolte nel fenomeno³. Nella storia della fisica, contrariamente a quanto viene talvolta sostenuto, le grandi rivoluzioni non sono mai nate da speculazioni astratte, il vero motore del progresso della conoscenza sono stati sempre gli esperimenti. Tutte le speculazioni, per quanto sorprendenti, sono sempre scaturite da risultati sperimentali il cui risultato ha profondamente messo in crisi il modo di concepire i fenomeni naturali.

Una conseguenza del metodo sperimentale è l'assunto che ogni qualvolta si scrive una legge fra grandezze fisiche ognuna di esse può, almeno in linea di principio, essere misurata direttamente e dunque vi si può associare una quantità numerica definita. Da questa caratteristica segue che, nel cercare di formulare le leggi fisiche, si proceda per approssimazioni successive cercando di separare i diversi contributi al fenomeno e considerando in un primo momento soltanto quelli maggiori. Spesso il problema viene affrontato schematizzandolo e realizzandolo in forma semplificata per capirne gli aspetti più significativi. A volte questa operazione richiede un certo grado di astrazione e si finiscono per studiare fenomeni fisici che non si osservano direttamente in natura. Due esempi abbastanza rappresentativi di questo modo di procedere sono quelli dello studio della *caduta libera* e del *piano inclinato liscio* (due processi, a stretto rigore, inesistenti!). Nell'ambito della fisica microscopica questo approccio è ancora più esaltato a causa delle enormi difficoltà matematiche nella risoluzione delle equazioni. Scherzosamente potremo affermare che il modo di procedere assomiglia a quello di un uomo che, avendo perso un mazzo di chiavi per strada, le cerca sotto a un lampione *perché lì c'è la luce!*

Dalle osservazioni appena enunciate dovrebbe risultare immediato che le leggi fisiche

¹Alla base vi è l'ipotesi che i fenomeni naturali sono indipendenti, a parità di tutte le altre condizioni, dal luogo e dal momento in cui vengono studiati.

²Questa è stata la vera grande rivoluzione Galileiana ben oltre la nota e spesso citata a sproposito adesione al sistema Copernicano.

³Naturalmente questo non significa che nelle fasi di elaborazione e ricerca delle leggi non si possa fare ricorso ad alcuni dei criteri citati. Il famigerato *senso fisico* è forse un complesso, abbastanza poco definibile, di queste attitudini mentali che finisce talvolta per rendere la fisica una materia poco incline a rigide schematizzazioni, come ben sanno gli studenti di Matematica abituati a ben altro rigore formale!

possono non avere una validità universale; questo non significa che sono *sbagliate* ma che il loro dominio di applicazione può essere limitato sia perché il grado di approssimazione è insufficiente, sia perché si raggiungono valori di alcune grandezze fisiche che comportano una modifica delle leggi. Il valore, o più propriamente l'ordine di grandezza⁴, o.d.g. $\sim O(10^k \text{ u.m.})$, di queste quantità definisce la *scala fisica* del fenomeno e conseguentemente delle leggi che lo regolano. Ricordiamo alcuni esempi senza approfondirne la problematica visto che lo studente li incontrerà nel prosieguo dei suoi studi:

- quando le dimensioni spaziali degli oggetti interagenti o della loro distanza relativa si riduce alla scala microscopica ($\leq 10^{-10} \text{ m}$), le leggi della meccanica classica devono essere sostituite da quelle della meccanica quantistica;
- avvicinandosi alla velocità della luce ($c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$), i concetti di spazio e tempo così ben radicati nelle nostre menti devono essere modificati secondo le leggi della Relatività ristretta formulate da Einstein nel 1905;
- un altro esempio interessante è quello del numero di costituenti di un sistema. A causa della struttura atomico-molecolare della materia, nei sistemi macroscopici il numero di costituenti raggiunge facilmente il numero d'Avogadro ($\simeq 6 \cdot 10^{23}$). Si devono applicare le leggi della meccanica statistica che permettono di interpretare alcuni fenomeni, come l'irreversibilità di alcuni processi, apparentemente in contraddizione con le leggi fondamentali della meccanica.

Come risulta dagli esempi precedenti non tutte le leggi fisiche hanno lo stesso grado di applicabilità, per alcune l'intervallo di validità è piuttosto limitato e in genere corrispondono a fenomeni molto complessi trattati in modo semplificato (per esempio alcuni problemi della dinamica dei fluidi la cui soluzione presenta difficoltà matematiche quasi insormontabili). Altre leggi invece hanno una portata molto generale che si estende su numerosi ordini di grandezza delle quantità fisiche coinvolte, spesso corrispondono alle leggi più fondamentali della fisica. Un esempio molto noto e particolarmente importante è quello della legge delle forze elettriche che conserva la stessa forma sia per le cariche su distanze macroscopiche $d \sim O(10^0 \text{ m})$ che per gli elettroni orbitanti intorno al nucleo dell'atomo $d \sim O(10^{-10} \text{ m})$!

1.1.2 Definizione operativa di una grandezza fisica

Per ogni grandezza fisica deve dunque esistere una procedura, detta *definizione operativa* della grandezza, che descrive in modo univoco come ottenere il valore numerico della grandezza stessa e questo costituisce, per quanto detto, il modo per definirla in fisica. Per esempio alla domanda: che cosa è il tempo? Un fisico risponderà “la quantità che si misura con un orologio!” Per potere definire una grandezza G dobbiamo specificare due procedure iniziali che corrispondono alle operazioni di:

⁴Indicativamente la potenza di 10 più vicina al valore numerico della grandezza con date unità di misura.

- confronto fra due realizzazioni G_1 e G_2 della grandezza per stabilire se sono uguali ($G_1 = G_2$) o diverse ($G_1 \neq G_2$);
- addizione di due realizzazioni G_1 e G_2 che determina il significato di $G_3 = G_1 + G_2$.

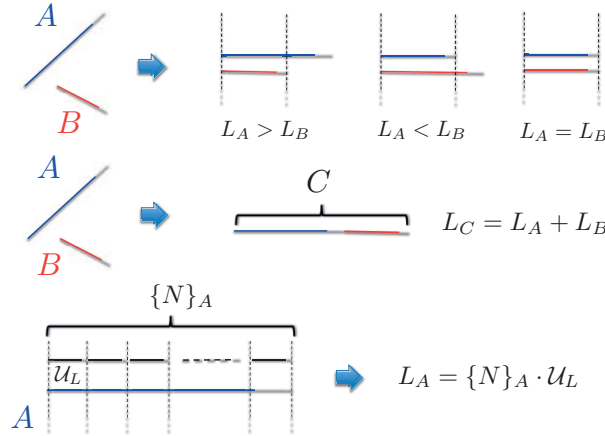


Figura 1.1: Definizione operativa di una grandezza fisica.

Per esempio in figura 1.1 prendiamo due asticelle A e B alle quali desideriamo associare la grandezza fisica della loro lunghezza L_A e L_B . Se le affianchiamo, allineandole da un estremo, possiamo stabilire che $L_1 = L_2$ se gli altri due estremi coincidono, e $L_1 \neq L_2$ se non coincidono. Successivamente possiamo definire l'addizione di L_1 e L_2 allineando il secondo estremo di L_1 con il primo di L_2 e realizzando una nuova asticella corrispondente alla somma $L_3 = L_1 + L_2$.

Le grandezze che hanno le stesse operazioni di confronto e addizione sono dette dello stesso *tipo*, l'operazione di somma definisce una grandezza fisica dello stesso tipo delle grandezze sommate. Le grandezze che non sono dello stesso tipo, nel senso sopra specificato, non possono essere confrontate o sommate. Ricordiamo che le grandezze fisiche sono *proprietà* di oggetti fisici o fenomeni e non esse stesse oggetti o fenomeni fisici. Le operazioni precedenti corrispondono a manipolazioni di oggetti che possiedono la grandezza che si vuole considerare, si richiede dunque che esse posseggano alcune proprietà analoghe alle corrispondenti operazioni matematiche fra numeri:

- l'uguaglianza deve essere *transitiva*, cioè se $G_1 = G_2$ e $G_2 = G_3$ allora $G_1 = G_3$;
- l'operazione di somma deve essere commutativa ($G_1 + G_2 = G_2 + G_1$), associativa ($G_1 + [G_2 + G_3] = [G_1 + G_2] + G_3$), e univoca (se $G_3 = G_1 + G_2$ allora non esiste nessun G_4 finito tale che $G_3 = G_1 + G_2 + G_4$).

Con queste proprietà le due operazioni permettono di definire fra grandezze dello stesso tipo:

- l'ordinamento totale: se esiste una G_3 finita tale che $G_1 = G_2 + G_3$ allora $G_1 > G_2$;

- la sottrazione: se $G_3 = G_1 + G_2$ allora $G_1 \equiv G_3 - G_2$;
- la moltiplicazione per un *numero puro*⁵ se $G_2 = G_1 + G_1 + G_1 + G_1$ allora $G_2 \equiv 4 \cdot G_1$;
- la divisione per un *numero puro*: se $G_2 = G_1 + G_1 + G_1 + G_1$ allora $G_1 \equiv G_2/4$

Una grandezza fisica è una proprietà per la quale le operazioni matematiche precedenti sono definite in termini di procedure sugli oggetti fisici corrispondenti. La figura 1.2 riporta altri esempi di definizioni operative di grandezze fisiche come:

- la massa gravitazionale, utilizzando una bilancia simmetrica a piatti. Si potrà definire $m_A = m_B$ quando la bilancia è in equilibrio, la somma $m_C = m_A + m_B$ trovando il corpo C che equilibra la bilancia quando si sono posti A e B sullo stesso piatto, e successivamente tutte le altre operazioni;
- la durata di un fenomeno (intervallo di tempo), si conterà il numero di cicli N che effettua un dispositivo che si ripete uguale a se stesso. In questo caso si definirà $t_A \propto N_A$ e $t_B \propto N_B$ e sarà possibile effettuare tutte le operazioni precedenti;
- la forza statica, corrispondente all'idea di spinta o trazione, utilizzando l'effetto dell'allungamento che essa produce su una molla data ($F \propto \Delta X$). In questo caso le operazioni sono riconducibili a quelle sulle distanze.

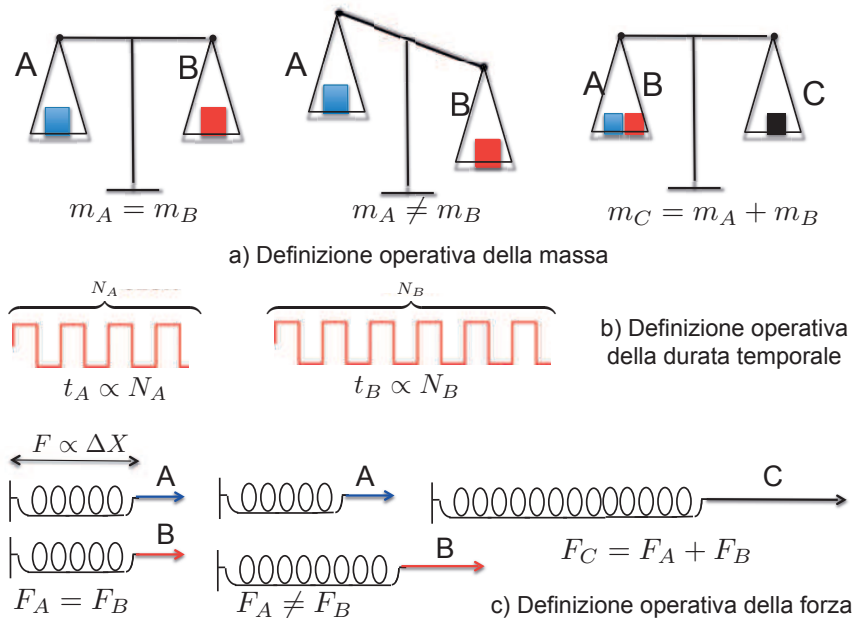


Figura 1.2: Definizione operativa di alcune grandezze fisiche.

⁵Il senso di questo aggettivo si chiarirà nel paragrafo 1.2.2.

Questa procedura operativa non è sempre applicabile e dunque alcune proprietà degli oggetti fisici non corrispondono a grandezze fisiche, vediamo alcuni semplici esempi:

- la forma di un corpo; sebbene definita non può essere addizionata, che cosa rappresenta la somma di un cerchio e di un quadrato?
- il colore o sapore di un oggetto. In questo caso si riesce a definirne la somma (e.g. mescolando il rosso e il giallo si ottiene il verde, o salato e dolce daranno l'agrodolce), tuttavia non è univoca, infatti se addiziono (e.g. mescolo) n volte un colore o un sapore C ottengo sempre lo stesso colore o sapore C e dunque nella nostra terminologia $C = n \cdot C$ che viola la regola di univocità.

Le procedure precedenti risultano concettualmente semplici, sebbene ci possano essere degli accorgimenti molto complessi nel realizzarle, per gli esempi citati in precedenza (lunghezze, masse, durate) o in generale per le grandezze cosiddette *estensive*; per le quali aggregare due oggetti corrisponde *naturalmente* a fare la somma delle grandezze associate (altri esempi di questo tipo sono le aree, i volumi, ecc...). Tuttavia esistono situazioni in cui l'operazione di somma non è così immediata, si pensi per esempio a due corpi uguali alla stessa temperatura T_0 , se li aggrego non osservo una temperatura $2T_0$ o anche a due contenitori di gas alla stessa pressione p_0 se li unisco non ottengo un unico contenitore alla pressione $2p_0$. Queste grandezze sono dette di tipo *intensivo*, e per definire l'operazione di somma sarà necessario passare attraverso uno strumento che collega la grandezza originale a un'altra estensiva che possiamo sommare; è il concetto di trasduzione che analizzeremo in dettaglio nel capitolo 2. Negli esempi precedenti saranno le altezze delle colonnine di mercurio nel termometro o nel barometro.

Stabilita la procedura operativa di definizione della grandezza dobbiamo trovare un modo per associarle un valore numerico. Per questo dovremo prima definire l'unità campione \mathcal{U} , o unità di misura, della grandezza alla quale si assegna per convenzione il valore unitario. Successivamente la procedura di confronto permette di ottenere repliche dell'unità campione, e quella di addizione dei suoi multipli e sottomultipli. A questo punto il processo di misura consiste nell'addizionare un numero opportuno di repliche e sottomultipli dell'unità campione fino a raggiungere l'uguaglianza con la grandezza che si vuole misurare come schematizzato nell'esempio della figura 1.3. Pertanto otteniamo il valore della grandezza:

$$G = \mathcal{G} \cdot \mathcal{U}_m^{(G)} \quad (1.1)$$

in cui \mathcal{G} è il valore numerico e $\mathcal{U}_m^{(G)}$ l'unità di misura in cui viene espressa la grandezza. Sui criteri per stabilire il valore delle unità campione e dunque nel complesso delle unità di misura torneremo con maggiore dettaglio nel paragrafo 1.2.5. Il valore numerico della grandezza fisica dipende dalla scelta dell'unità campione, tuttavia la grandezza esiste indipendentemente da questa scelta. Per questo una grandezza G può essere misurata in termini di un'unità \mathcal{U}_G o di un'altra \mathcal{U}'_G e avremo due valori numerici diversi $\mathcal{G} \neq \mathcal{G}'$. Tuttavia la grandezza fisica non cambia, pertanto se la nuova unità è k volte più grande allora il valore

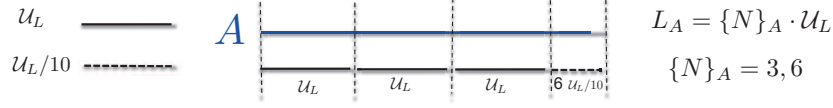


Figura 1.3: Associazione del valore numerico a una grandezza fisica.

numerico scala di $1/k$:

$$G = \mathcal{G} \cdot \mathcal{U}_G = \mathcal{G}' \cdot \mathcal{U}'_G \quad \text{e} \quad \mathcal{U}'_G = k \mathcal{U}_G \Rightarrow \mathcal{G}' = \frac{1}{k} \mathcal{G} \quad (1.2)$$

Convenzionalmente tutte le grandezze dello stesso tipo si misurano, in un dato problema, con la stessa unità. Conseguentemente il rapporto fra i valori numerici di due grandezze dello stesso tipo non dipende dall'unità scelta. Analogamente quando si aggiungono fisicamente (nel senso della procedura corrispondente all'operazione di somma) due grandezze dello stesso tipo $G_3 = G_2 + G_1$, anche i valori numerici soddisfano la stessa relazione $\mathcal{G}_3 = \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2$ indipendentemente dall'unità scelta.

1.1.3 Rappresentazione numerica e concetto delle cifre significative

Nell'ambito della fisica classica⁶ si assume che l'operazione di misura non perturba il sistema, sia riproducibile e indipendente dallo sperimentatore. Pertanto in linea di principio una misura dovrebbe essere *certa*: come vedremo questa è una situazione ideale e nella realtà a ogni misura sarà associata un certo grado di incertezza che discuteremo in dettaglio nel capitolo 2. Questo potrà derivare sia da aspetti molto semplici e intuitivi, come per esempio la risoluzione intrinseca dello strumento (e.g. con un righello con suddivisione al millimetro non è possibile potere apprezzare il micron!), che da situazioni più complesse come l'analisi delle incertezze casuali o sistematiche. In ogni caso il valore delle grandezze fisiche dopo l'operazione di misura sono riportati come un numero reale, un valore dell'incertezza e le opportune unità di misura:

$$G = (\mathcal{G} \pm \Delta_{\mathcal{G}}) \mathcal{U}_m^{(G)} \quad (1.3)$$

Sui criteri per fornire i valori numerici di \mathcal{G} e $\Delta_{\mathcal{G}}$ e sul loro significato ritorneremo con maggiore dettaglio nei prossimi capitoli, per il momento siamo interessati all'aspetto numerico del risultato. Matematicamente un numero reale può essere rappresentato con un numero arbitrario di cifre, nel caso delle grandezze fisiche misurate invece è molto importante definire il concetto di *numero di cifre significative*. Esso corrisponde al numero di cifre scritte a partire da destra fino all'ultima ($\neq 0$) sulla sinistra. L'ultima cifra a destra indica il grado di *conoscenza* del risultato, per esempio per un fisico $5,7 \neq 5,70$ perché $5,6 \leq 5,7 \leq 5,8$ mentre $5,69 \leq 5,70 \leq 5,71$! Di conseguenza il valore numerico della (1.3) non può con-

⁶A questo livello trascuriamo la problematica quantitativa della relazione fra misura e grandezza, adottiamo il punto di vista classico in cui il valore della grandezza esiste indipendentemente dall'operazione di misura.

tenere un valore arbitrario di cifre perché significherebbe avere una conoscenza *perfetta*, in contrasto con il valore finito della indeterminazione Δ_G con la quale si conosce la grandezza misurata. Ritorreremo sul criterio di scelta del numero di cifre nel paragrafo 2.2.4.

Per la notazione numerica della (1.3) si potrà usare la notazione decimale più familiare oppure quella esponenziale o scientifica in cui il numero viene rappresentato con una mantissa (tipicamente compresa fra $10^{-1} \div 10^2$) e la corrispondente potenze di 10; per esempio $1023 \equiv 1,023 \cdot 10^3$. Questo sistema presenta alcuni vantaggi:

- permette di valutare immediatamente l'ordine di grandezza della quantità in questione;
- permette, come analizzeremo in dettaglio successivamente, di riportare semplicemente il numero corretto delle cifre significative con cui rappresentare i risultati;
- permette di effettuare molto più facilmente i calcoli di espressioni complesse separando le operazioni fra le mantisse e fra gli esponenti. In particolare si ottiene senza grosse difficoltà (spesso a mente!) l'ordine di grandezza del risultato finale⁷. Per esempio:

$$\begin{aligned} X &= \frac{1200 \times 0,00006 \times 9.000.000}{0,004 \times 30.000} \equiv \frac{1,2 \cdot 10^{+3} \times 6,0 \cdot 10^{-5} \times 9,0 \cdot 10^{+6}}{4,0 \cdot 10^{-3} \times 3,0 \cdot 10^{+4}} \\ X &\equiv \frac{1,2 \times 6,0 \times 9,0}{4,0 \times 3,0} \cdot 10^{+3-5+6-(-3+4)} = 5,4 \cdot 10^3 \end{aligned} \quad (1.4)$$

In diverse applicazioni può essere comodo usare rappresentazioni in basi diverse, tipicamente: 2 (sistema binario), 8 (ottale) o 16 (esadecimale). Questo avviene in particolare quando si usano sistemi computerizzati (acquisizione dati, programmazione, ecc...) in cui la base 2 e le sue potenze permettono di operare con maggiore semplicità ed efficacia a causa della naturale codifica in due possibili stati dell'informazione ricavabile nei dispositivi fisici usati: il cosiddetto 1 bit di informazione (e.g. on/off di un interruttore, 0/1 di una porta logica, ecc...). L'uso di queste basi permette anche di codificare facilmente nell'ambito di una sola grandezza numerica (una *parola* nel linguaggio dell'informatica) diverse informazioni suddividendole fra i vari campi di bit che compongono la sua rappresentazione numerica.

1.1.4 Grandezze scalari e vettoriali

Nei casi più semplici le grandezze fisiche sono completamente descritte da un unico valore numerico, per esempio la lunghezza di un tavolo, la durata di un moto, la temperatura di un bagno termico, ecc...; e in questo caso si parla di grandezze scalari. In numerosi casi la grandezza fisica non può essere completamente caratterizzata soltanto con un numero (la sua *intensità*) ma possono esserci anche altre caratteristiche importanti, per esempio immaginiamo uno spostamento fra due punti A e B oltre la distanza AB potrei essere interessato anche alla retta definita dai due punti ed eventualmente dal verso in cui si compie $A \rightarrow B$ o $B \rightarrow A$. Questo è il caso da manuale che porta alla definizione delle grandezze

⁷Questa ottima abitudine era molto diffusa all'epoca dei regoli calcolatori che disponevano di poche cifre significative, mentre oggi con le moderne calcolatrici gli errori di battitura sono sempre in agguato!

