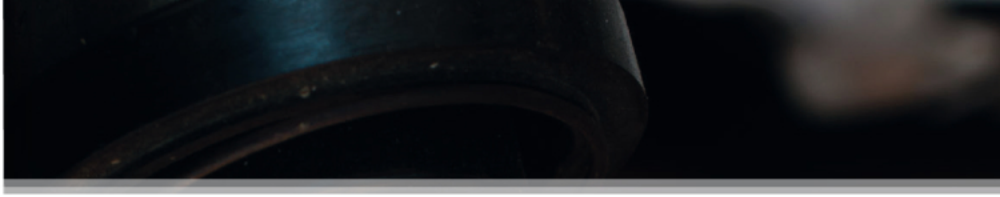
Comprende versione **ebook**



R. De Luca • O. Fiore • G. Grella • S.M. Stellacci

# Esercizi e Problemi di Fisica Generale

## Parte II – Elettromagnetismo

EdiSES università

Accedi ai contenuti **digitali**

**Espandi** le tue risorse
un libro che **non pesa**
e si **adatta** alle dimensioni
del **tuo lettore**!

COLLEGATI AL SITO **EDISES.IT**

ACCEDI AL **MATERIALE DIDATTICO**

SEGUI LE **ISTRUZIONI**

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edises.it** e accedere ai contenuti digitali.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie

Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.
L'**accesso ai contenuti digitali** sarà consentito **per 18 mesi**.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edises.it** e segui queste semplici istruzioni

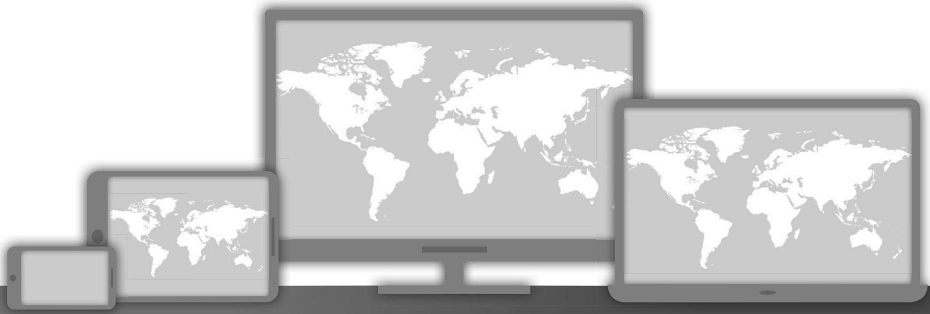
**Se sei registrato al sito**

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

**Se non sei già registrato al sito**

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito **edises.it**
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per *utenti registrati*

EdiSES università



I contenuti digitali sono accessibili dalla propria **area riservata** secondo la procedura indicata nel frontespizio.

Dalla sezione **materiali e servizi** della tua area riservata potrai accedere all'**Ebook**, ovvero la versione digitale del testo in formato epub, standard dinamico che organizza il flusso di testo in base al dispositivo sul quale viene visualizzato. Fruibile mediante l'applicazione gratuita BookShelf, consente una visualizzazione ottimale su lettori e-reader, tablet, smartphone, iphone, desktop, Android, Apple e Kindle Fire.

L'accesso ai contenuti digitali sarà consentito per **18 mesi**.

R. De Luca • O. Fiore • G. Grella • S.M. Stellacci

# Esercizi e Problemi di Fisica Generale

## Parte II – Elettromagnetismo

EdiSES università

R. De Luca, O. Fiore, G. Grella, S.M. Stellacci
Esercizi e Problemi di Fisica Generale. Parte II –Elettromagnetismo


9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2028 2027 2026 2025 2024

*Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata*



*Stampato presso*
Vulcanica S.r.l. – Nola (NA)

*per conto della*
EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante Alighieri, 89 – Napoli

www.edises.it
assistenza.edises.it

ISBN 978 88 3623 191 1

---

*Dedicato ai Professori Eduardo Caianiello e Maria Marinaro,*
*brillanti fisici e maestri.*

# INTRODUZIONE

Questa raccolta di esercizi e problemi di elettromagnetismo fa seguito al precedente volume degli stessi autori "Esercizi e problemi di Fisica", edito dalla Edises, dedicato agli argomenti di meccanica dei corsi di Fisica Generale I.

I problemi e gli esercizi sono stati scelti tra quelli proposti alle prove di esame e alle esercitazioni di Fisica Generale II, dal prof. Grella, nei corsi di laurea in Ingegneria e in Chimica presso l'Università degli Studi di Salerno.

L'intento degli autori è quello di far acquisire allo studente un corretto approccio metodologico alla risoluzione dei problemi, suggerendo di volta in volta opportune tecniche risolutive che guidano lo studente ad acquisire una progressiva autonomia nella risoluzione degli stessi.

Anche in questo secondo volume, ciascun gruppo di problemi è corredato di un succinto, ma chiaro, richiamo alle formule fondamentali relative agli argomenti trattati nel capitolo corrispondente, in modo tale da fornire un rapido riferimento tecnico e un funzionale richiamo delle formule usate negli svolgimenti degli esercizi e problemi proposti. Questo non solo per rendere più snello lo svolgimento proposto, ma anche per fornire allo studente una utile "cassetta degli attrezzi" a corredo delle proprie competenze.

Insieme al prof. Roberto De Luca, con il quale il prof. Grella ha strettamente interagito durante lo svolgimento di corsi di insegnamento presso i corsi di laurea di Chimica e di Informatica dell'Università di Salerno, ancora una volta la scelta e la sistemazione degli argomenti è stata fatta unitamente alle professoresse Oriana Fiore e Simona Stellacci le quali hanno fornito in passato un valido supporto alle attività di esami e didattiche, tenendo corsi di tutorato di Fisica Generale I e Fisica Generale II presso il corso di laurea in Ingegneria Meccanica e Gestionale.

I professori Eduardo R. Caianiello e Maria Marinaro, ai quali questo volume è dedicato, arricchirono, insieme ai loro principali e validissimi colleghi prof. Ferdinando Mancini e prof. Gaetano Scarpetta, l'Università degli Studi di Salerno fondando, nella prima metà degli anni '70 del 1900, la Facoltà di Scienze che nel corso degli anni seguenti sarebbe cresciuta e avrebbe assunto un ruolo fondamentale nello sviluppo del polo scientifico di questa Università.

## TABELLE, ABBREVIAZIONI, SIMBOLI USATI E NOTE DEGLI AUTORI

- **Tabella delle costanti numeriche utilizzate**

| Costanti | Simbolo | Valore |
|---|---|---|
| Accelerazione di gravità | g | 9.81 $m/s^2$ |
| Carica elementare | $e$ | $1.602\times10^{-19}$ C |
| Costante dielettrica del vuoto | $\varepsilon_0$ | $8.854 \times 10^{-12}$ $C^2/(N\cdot m^2)$ |
| Costante di Coulomb | $k_e = 1/4\pi\varepsilon_0$ | $8.99\times10^9$ F/m |
| Permeabilità magnetica del vuoto | $\mu_0$ | $4\pi\times10^{-7}$ H/m |
| Costante magnetica | $k_m = \mu_0/4\pi$ | $10^{-7}$ H/m |

- **Abbreviazioni comunemente usate nel testo**

d.d.p. differenza di potenziale
*fem* forza elettromotrice
*uma* unità di massa atomica

- **Simboli usati**

| | |
|---|---|
| $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ | Vettori unitari (versori) degli assi coordinati (coordinate cartesiane) |
| $\hat{n}$ | Vettore unitario (versore) normale ad una superficie (aperta o chiusa) |
| $\mathcal{V}$ | Volume tridimensionale |
| $\mathcal{E}_E$ | Energia del campo elettrico |
| $\mathcal{E}_M$ | Energia del campo magnetico |

- **Nota sui conti numerici**

Le soluzioni dei problemi sono espresse con due cifre decimali. Pertanto, tutti i dati degli esercizi e dei problemi, anche se riportati in modo abbreviato, sono da considerarsi con un numero appropriato di cifre significative.

# INDICE

# 1. ELETTROSTATICA - CARICHE PUNTIFORMI

## LINEE GUIDA

### PREMESSA SULLE NOTAZIONI VETTORIALI USATE

In questo paragrafo saranno riportati alcuni punti fondamentali utili alla risoluzione dei problemi relativi a distribuzioni di cariche puntiformi.

Nel seguito saranno indicati con:

- $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ il vettore posizione che individua la posizione $P_0$ occupata da una carica puntiforme nello spazio tridimensionale
- $\mathbf{r} = (x, y, z)$ il vettore posizione che individua la posizione P di un generico punto dello spazio tridimensionale
- $\Delta\hat{\mathbf{r}}_0$ il versore della **posizione relativa** di P rispetto a $P_0$

definiti come mostrato nelle (1.0.1):

$$\begin{aligned}\mathbf{r}-\mathbf{r}_0 &= (x-x_0)\,\hat{\mathbf{i}}+(y-y_0)\,\hat{\mathbf{j}}+(z-z_0)\,\hat{\mathbf{k}}\\ |\mathbf{r}-\mathbf{r}_0| &= \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}\\ \Delta\hat{\mathbf{r}}_0 &= \frac{(x-x_0)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\hat{\mathbf{i}}+\frac{(y-y_0)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\hat{\mathbf{j}}+\frac{(z-z_0)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\hat{\mathbf{k}}\end{aligned} \tag{1.0.1}$$

### FORZA DI COULOMB

L'espressione matematica della forza di Coulomb $\mathbf{F}_C$ esercitata tra due cariche puntiformi $q$ e $Q$ poste rispettivamente nelle posizioni $\mathbf{r}$ e $\mathbf{r}_0$ è data:

$$\mathbf{F}_c = k_e\frac{Qq}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|^2}\Delta\hat{\mathbf{r}}_0 = k_e\frac{Qq}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}\Delta\hat{\mathbf{r}}_0 \tag{1.0.2}$$

### CAMPO ELETTROSTATICO

Dato un insieme di $N$ cariche puntiformi $Q_1, Q_2, \ldots, Q_N$ ciascuna posta nei punti localizzati dai vettori

$$\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1), \quad \ldots, \quad \mathbf{r}_N = (x_N, y_N, z_N)$$

e una carica di prova $q$ posta nel punto localizzato dal vettore $\mathbf{r} = (x, y, z)$, la forza che le $N$ cariche $Q_1, Q_2, \ldots, Q_N$ esercitano sulla carica $q$ sarà espressa da:

$$\mathbf{F} = k_e\frac{qQ_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^2}\Delta\hat{\mathbf{r}}_1+\cdots+k_e\frac{qQ_N}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_N|^2}\Delta\hat{\mathbf{r}}_N = q\left(\sum_{i=1}^{N}k_e\frac{Q_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|^2}\Delta\hat{\mathbf{r}}_i\right) \tag{1.0.3}$$

La quantità tra parentesi tonde nella (1.0.3) definisce il campo elettrostatico $\mathbf{E}$ generato dalla distribuzione di cariche $Q_1, Q_2, \ldots, Q_N$:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{N}k_e\frac{Q_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|^2}\Delta\hat{\mathbf{r}}_i \tag{1.0.4}$$

La (1.0.3) può essere quindi riscritta scritta come segue:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \tag{1.0.5}$$

Nel limite in cui la carica $q$ produce effetti trascurabili sulle N cariche che generano il campo, dalla (1.0.5) il campo elettrico $\mathbf{E}$ è definito come:

$$\mathbf{E} = \lim_{q\to 0}(\mathbf{F}/q) \tag{1.0.6}$$

POTENZIALE ELETTROSTATICO

La forza di Coulomb è una forza centrale per cui è conservativa e la sua energia potenziale $U(x, y, z)$, che una funzione delle sole coordinate spaziali, è calcolabile, in linea di principio, a partire dal lavoro fatto da $\mathbf{F}_C$ lungo una qualsiasi traiettoria aperta $\Gamma$(A, B) che ha come estremi il punto A di coordinate ($x_0$, $y_0$, $z_0$) e il punto **B** di coordinate (x, y, z):

$$\int_{\Gamma(A,B)} \mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{s} = U(x_0, y_0, z_0) - U(x, y, z) \tag{1.0.7}$$

Se nella (1.0.7) si sostituisce $\mathbf{F}_C$ con il campo elettrico $\mathbf{E}$ definito dalla (1.0.5) e si dividono ambo i membri per la carica $q$ si ha:

$$\int_{\Gamma(A,B)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{U(x_0, y_0, z_0)}{q} - \frac{U(x, y, z)}{q} = V(x_0, y_0, z_0) - V(x, y, z) \tag{1.0.8}$$

La (1.0.8) definisce due nuove quantità:

1. **L'integrale di linea** di $\mathbf{E}$ lungo la curva $\Gamma$ da A a B: ovvero il lavoro per unità di carica di $\mathbf{F}_C$ lungo la curva $\Gamma$ da A a B.
2. L'energia potenziale per unità di carica $U/q = V$ che prende il nome di **potenziale elettrostatico**.

Per abuso di linguaggio l'integrale di linea del campo elettrico è anche chiamato lavoro del campo elettrico ma questo è improprio giacché le sue dimensioni sono quelle di un lavoro per unità di carica.

È facile ricavare il potenziale elettrostatico per una carica puntiforme ponendo N = 1 nella (1.0.4) e calcolando l'integrale lungo la curva più conveniente [1] che collega la posizione iniziale a quella finale, così facendo si ottiene (i calcoli sono omessi):

$$V(x, y, z) = k_e \frac{Q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} = k_e \frac{Q}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \tag{1.0.9}$$

Al solito nella (1.0.9) le coordinate ($x_0$, $y_0$, $z_0$) definiscono la posizione occupata dalla carica $Q$ e le coordinate (x, y, z) quelle del punto in cui si valuta il potenziale.

GRADIENTE DEL POTENZIALE ELETTROSTATICO

Se $\boldsymbol{F}(x, y, z)$ è una forza conservativa e se $U(x, y, z)$ la corrispondente energia potenziale si può dimostrare che tra le componenti di $\boldsymbol{F}(x, y, z)$ e le derivate parziali di $U(x, y, z)$ sussistono le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} F_x(x, y, z) &= -\partial_x U(x, y, z) \\ F_y(x, y, z) &= -\partial_y U(x, y, z) \\ F_z(x, y, z) &= -\partial_z U(x, y, z) \end{aligned} \tag{1.0.10}$$

Nella (1.0.10) al posto della notazione $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$ per le derivate parziali è stata adottata la notazione "abbreviata" abbastanza comune $\partial_x, \partial_y, \partial_z$.

Se si moltiplica ciascun membro delle (1.0.10) per i rispettivi versori e poi si somma membro a membro si ha (omettendo, per semplicità la dipendenza dalle variabili x, y e z):

$$\hat{\mathbf{i}}F_x + \hat{\mathbf{j}}F_y + \hat{\mathbf{k}}F = -\left(\hat{\mathbf{i}}\partial_x U + \hat{\mathbf{j}}\partial_y U + \hat{\mathbf{k}}\partial_z U\right) \tag{1.0.11}$$

Il primo membro della (1.0.11) non è altro che l'espressione della forza $\mathbf{F}$ in termini delle sue componenti e i rispettivi versori, mentre il secondo membro può essere formalmente scritto come:

$$\hat{\mathbf{i}}\partial_x U + \hat{\mathbf{j}}\partial_y U + \mathbf{k}\partial_z U = \left(\hat{\mathbf{i}}\partial_x + \hat{\mathbf{j}}\partial_y + \hat{\mathbf{k}}\partial_z\right)U$$

[1] Il campo elettrostatico $\mathbf{E}$ differisce da $\mathbf{F}_C$ solo per una costante moltiplicativa (la carica q) per cui anche l'integrale di linea del campo elettrostatico $\mathbf{E}$ dipende solo dagli estremi di integrazione ed è sempre possibile trovare una traiettoria che collega gli estremi di integrazione tale da rendere l'integrale di linea il più semplice possibile.

La quantità tra parentesi tonde della espressione precedente definisce l'operatore gradiente abbreviato come segue:

$$\nabla = \hat{\mathbf{i}}\partial_x + \hat{\mathbf{j}}\partial_y + \hat{\mathbf{k}}\partial_z$$

Dalla definizione di gradiente la (1.0.11) può essere riscritta come segue:

$$\mathbf{F} = -\nabla U$$

Il secondo membro della relazione precedente si legge "meno gradiente di $U$" oppure "nabla $U$" [2].

Per esprimere il carattere conservativo di una forza si può allora dire che essa deriva dal gradiente della sua energia potenziale oppure, con abuso di abbreviazione, dire che essa deriva da un gradiente.

Grazie alla relazione (1.0.5) che lega la forza elettrostatica con il campo elettrico, quanto appena detto può essere applicato al campo elettrostatico sostituendo all'energia potenziale il potenziale elettrostatico ottenendo:

$$\mathbf{E}(x,y,z) = -\nabla V(x,y,z) \tag{1.0.12}$$

---

NOTA SULLE UNITÀ DI MISURA

Dalla definizione di campo elettrico (1.0.5) consegue che le dimensioni di $\mathbf{E}$ sono quelle di una forza per unità di carica e le sue unità di misura si esprimono N/C (newton/coulomb)

Dalla (1.0.8) si ricava che il potenziale elettrostatico ha le dimensioni di una energia per unità di carica per la quale la corrispondente unità di misura è il volt (V) pari a 1 joule/1 coulomb.

La definizione precedente permette di esprimere le unità di misura del campo elettrico in volt/metro (V/m) giacché dall'analisi dimensionale della (1.0.8) consegue:

$$[E][L] = [V] \Rightarrow [E] = \left[VL^{-1}\right]$$

---

## ENERGIA ELETTROSTATICA DI UNA DISTRIBUZIONE DI CARICHE

Sia data una carica puntiforme $q_1$ posta in una regione di spazio in assenza di altre cariche e successivamente si porti dall'infinito una seconda carica $q_2$ a distanza finita $\mathbf{r}_{12}$ dalla prima.

Il lavoro $W_{12}$ richiesto per eseguire questa operazione può essere calcolato attraverso i seguenti passaggi:

1. Determinare il lavoro $W_{12}$ compiuto dalla forza di Coulomb $\mathbf{F}_{12}$.
2. Esprimere $W_{12}$ sfruttando la relazione che lega la forza elettrostatica al campo elettrico mediante il prodotto di $q_2$ per il campo elettrico $\mathbf{E}_1$ prodotto da $q_1$.
3. Esprimere l'integrale di linea di $\mathbf{E}$ mediante la differenza di potenziale $\Delta V_1 = V_{1i} - V_{1f}$ dovuta a $q_1$ ricordando che il potenziale all'infinito è nullo.

Quindi:

$$W_{12} = \int_{+\infty}^{r_{21}} \mathbf{F}_{12} \cdot d\mathbf{l}_2 = q_2 \int_{+\infty}^{r_{21}} \mathbf{E}_{12} \cdot d\mathbf{l}_2 = q_2\left(V_1(\infty) - V_1(r_{12})\right) = -k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \tag{1.0.13}$$

Il sistema formato dalle due cariche immagazzina una quantità di energia $U_{12}$ esattamente opposta al lavoro fatto:

$$U_{12} = -W_{12} = k_e\, q_1 q_2 / r_{12}$$

Si ripete il procedimento con una terza carica $q_3$ tenendo conto che occorre fare lavoro contro la forza elettrostatica di $q_1$ e di $q_2$.

Siccome il lavoro è una quantità additiva l'energia totale U necessaria per creare la configurazione delle tre cariche sarà allora:

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

---

[2] Questa notazione si riferisce al fatto che il triangolo capovolto ricorda un'arpa che in greco antico era chiamata "nabla".

La formula precedente può essere generalizzata al caso di N cariche ottenendo:

$$U = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{N}\sum_{j=1}^{N} U_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{N} k_e\, q_i q_j / r_{ij} \tag{1.0.14}$$

Nella formula precedente il fattore ½ serve a ridurre il conteggio della metà poiché il termine nella sommatoria doppia è simmetrico negli indici $i$ e $j$; la notazione $j \neq i$ sta ad indicare che dalla sommatoria doppia devono essere esclusi i termini con indice uguali [3].

Il conteggio dei termini ridotti nella sommatoria doppia può essere ottenuto dal calcolo combinatorio secondo il quale il numero di coppie possibili senza ripetizioni ottenibili da n oggetti distinti è dato da [4]:

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

Qui di seguito, per fissare le idee, sarà effettuato il calcolo esplicito della sommatoria doppia per n = 4.

1. Si esegue prima la sommatoria su j da 1 a 4:

$$\frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{n} k_e\, q_i q_j / r_{ij} = \frac{k_e}{2}\left(\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 1}}^{4} q_i q_1 / r_{i1} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 2}}^{4} q_i q_2 / r_{i2} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 3}}^{4} q_i q_3 / r_{i3} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 4}}^{4} q_i q_4 / r_{i4}\right) \tag{1.0.15}$$

2. Si eseguono separatamente le 4 sommatorie in $i$:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 1}}^{4} q_i q_1 / r_{i1} = q_2 q_1/r_{21} + q_3 q_1/r_{31} + q_4 q_1/r_{41} \qquad \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 2}}^{4} q_i q_2 / r_{i2} = q_1 q_2/r_{12} + q_3 q_2/r_{32} + q_4 q_2/r_{42}$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 3}}^{4} q_i q_3 / r_{i3} = q_1 q_3/r_{13} + q_2 q_3/r_{23} + q_4 q_3/r_{43} \qquad \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 4}}^{4} q_i q_4 / r_{i4} = q_1 q_4/r_{14} + q_2 q_4/r_{24} + q_3 q_4/r_{34}$$

3. Si sostituiscono le sommatorie sull'indice i così ottenute nella (1.0.15) e si ottiene:

$$\begin{aligned}\frac{k_e}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{4} q_i q_j / r_{ij} \quad &= \quad q_2 q_1/r_{21} + q_3 q_1/r_{31} + q_4 q_1/r_{41} + q_1 q_2/r_{12} + q_3 q_2/r_{32} + q_4 q_2/r_{42} \\ &+ \quad q_1 q_3/r_{13} + q_2 q_3/r_{23} + q_4 q_3/r_{43} + q_1 q_4/r_{14} + q_2 q_4/r_{24} + q_3 q_4/r_{34}\end{aligned}$$

4. Si raccolgono e termini che differiscono per lo scambio degli indici e si divide per il fattore 2 posto all'inizio della sommatoria, ottenendo:

$$U = k_e\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{q_3 q_4}{r_{34}}\right)$$

## DIPOLO ELETTROSTATICO

Il dipolo elettrostatico è un sistema formato da due cariche puntiformi di segno opposto separate da una distanza $\delta$.

3 Questo significherebbe che una carica eseguirebbe lavoro su se stessa, il che è assurdo.

4 Per chi non lo ricordasse n! = 1×2×3×...×(n-1)×n

POTENZIALE DI UN DIPOLO ELETTROSTATICO A GRANDE DISTANZA

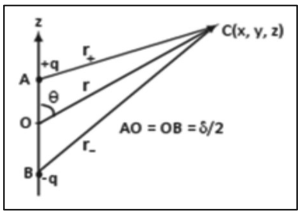



Figura 1-1

Per questo sistema di cariche (Figura 1-1), il potenziale elettrostatico a grandi distanze ($r_+$, $r_-$ e $r$ >> $\delta$) è dato da:

$$V = k_e \frac{q}{r_+} - k_e \frac{q}{r_-} = k_e q\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right) = k_e q \frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}$$

Se si introduce il vettore momento di dipolo **p** di intensità q$\delta$ orientato dalla carica negativa a quella positiva:

$$\mathbf{p} = q\boldsymbol{\delta}$$

l'espressione del potenziale può essere scritta:

$$V(r) = k_e \frac{q\delta \cos\theta}{r^2} \tag{1.0.16}$$

ovvero:

$$V(r) = k_e \frac{\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}}}{r^2} = k_e \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{r^3} \tag{1.0.17}$$

IL CAMPO ELETTROSTATICO DI UN DIPOLO ELETTROSTATICO

Il corrispondente campo elettrico si può ottenere da V(r) calcolandone il gradiente.

Il calcolo è abbastanza lungo e qui di seguito si riporta solo il risultato finale:

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla} V \Rightarrow \mathbf{E} = k_e \frac{3(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\mathbf{p}}{r^5} = k_e \frac{3(\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}})\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{p}}{r^3} \tag{1.0.18}$$

ENERGIA POTENZIALE DI UN DIPOLO ELETTROSTATICO

- Un dipolo elettrostatico di momento **p** (AA') originariamente allineato con un campo elettrico $\mathbf{E}$ costante e uniforme è ruotato attorno a O in modo da formare un angolo $\theta$ con la direzione originaria AA' (Figura 1-2).
- Il lavoro necessario può essere calcolato considerando due archi AC e A'C' oppure, dal momento che il campo $\mathbf{E}$ è conservativo, lungo i due cammini AB+BC e A'B'+B'C'.
- Poiché il campo $\mathbf{E}$ è perpendicolare a BC e B'C' il lavoro si riduce a:

$$W = W_{AB} + W_{A'B'}$$

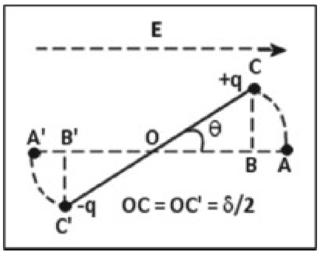



Figura 1-2

Di conseguenza l'espressione dell'energia potenziale $U(\theta)$ in funzione dell'angolo $\theta$ formato dal momento di dipolo e la direzione del campo elettrostatico è:

$$U(\theta) = -q\delta E\cos\theta = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E} \tag{1.0.19}$$

MOMENTO MECCANICO DI UN DIPOLO ELETTROSTATICO

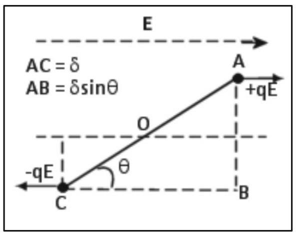



Figura 1-3

Un dipolo elettrostatico di momento **p** è ruotato di un angolo $\theta$ rispetto alla direzione un campo elettrico elettrostatico uniforme $\mathbf{E}$ (Figura 1-3).

Ciascuna carica è sottoposta alle forze $\mathbf{F}_+ = +q\mathbf{E}$ e $\mathbf{F}_- = -q\mathbf{E}$ uguali in modulo, parallele ed opposte: il dipolo è quindi sottoposto ad una coppia di forze il cui momento $\boldsymbol{\tau}$ ha modulo:

$$\tau = qE\overline{AB} = qE\delta\sin\theta \quad \left(\text{poiché } \overline{AB} = \overline{AC}\sin\theta = \delta\sin\theta\right)$$

Poiché il vettore momento di dipolo **p** è definito da **p** = q$\boldsymbol{\delta}$ ed è diretto dalla carica negativa alla carica positiva, l'espressione vettoriale di $\boldsymbol{\tau}$ è:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{E} \wedge \mathbf{p} = -\mathbf{p} \wedge \mathbf{E} \tag{1.0.20}$$

## ESERCIZI

### ESERCIZIO 1.1

Una carica elettrica puntiforme positiva $q_1$ è disposta sull'asse x a distanza $d_1$ dall'origine; una seconda carica elettrica puntiforme negativa $q_2$ è disposta a distanza $d_2$ a sinistra dell'origine.

Si trovi:

1. L'espressione del potenziale elettrostatico generato da $q_1$ e $q_2$ nei punti dell'asse x;
2. Si determini se esistono punti sull'asse x in cui il potenziale totale si annulla.
3. Si determini l'espressione (senza i valori numerici) del campo elettrostatico generato da $q_1$ e $q_2$ in un punto qualsiasi dell'asse x

**Dati**: $q_1$ = 3.0 nC, $q_2$ = -1.0 nC, $d_1$ = -2.0 cm, $d_2$ = 4.0 cm.

### ESERCIZIO 1.2

Tre protoni occupano i vertici di un triangolo equilatero ABC di lato $L$ disposto nel piano xz con centro nell'origine O degli assi coordinati e con il lato BC parallelo all'asse x (Figura 1-4).

1. Calcolare modulo, direzione e verso della forza repulsiva esercitata sul protone in A dai protoni in B e C.
2. Verificare che il valore del campo elettrico totale nel centro del triangolo è nullo.

**Dati**: $L$ = 10.00 Å, $e$ (carica elementare) = $1.60\times10^{-19}$ C.

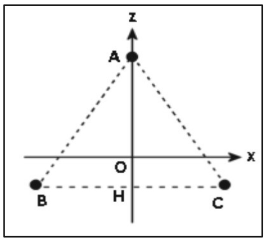



Figura 1-4

### ESERCIZIO 1.3

Tre cariche puntiformi positive con la stessa carica $Q$ e la stessa massa $m$, sono ferme ai vertici di un triangolo isoscele ABC di altezza $h = OA$ e base $b = BC$ disposto nel piano xz con l'altezza lungo l'asse delle z e la base lungo l'asse x (Figura 1-5).

1. Scrivere l'espressione del potenziale elettrostatico generato da ciascuna delle tre cariche in un punto qualsiasi P (x, y, z) dello spazio.
2. Calcolare, mediante l'ausilio dell'operatore gradiente, le componenti $E_x$ e $E_z$ del campo elettrostatico generato rispettivamente dalle cariche in B e C in un generico punto Q (x, 0, z) del piano xz.
3. Calcolare le componenti della forza elettrostatica cui è sottoposta la carica in A da parte delle restanti due cariche.

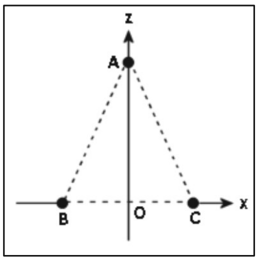



Figura 1-5

4. Supponendo la carica in A sia lasciata libera di muoversi, calcolare modulo direzione e verso della sua velocità **v** quando essa si trova a distanza 4h dall'origine.

**Dati**: $h$ = 10.00 cm, $b$ = 5.00 cm, $m$ = 5.00 g, $Q$ = 10.00 μC.

### ESERCIZIO 1.4

Tre cariche positive puntiformi uguali $Q_A = Q_B = Q_C$ sono disposte ai vertici ABC di un triangolo equilatero avente centro nell'origine degli assi xy lato AB = L parallelo all'asse x (Figura 1-6).

Si determini:

1. modulo, direzione e verso del campo elettrico totale $\boldsymbol{E}_{\text{tot}}$ prodotto dalle tre cariche nella posizione $\boldsymbol{r}_1 = (L, L, 0)$;
2. modulo direzione e verso del campo elettrico totale $\boldsymbol{E}_{\text{tot}}$ prodotto dalle tre cariche nella posizione $\boldsymbol{r}_2 = (0, 0, L)$,

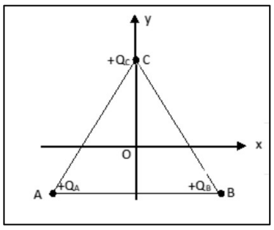



Figura 1-6

3. la forza (in modulo direzione e verso) che le cariche $Q_A$ e $Q_B$ esercitano sulla carica $Q_C$;
4. Si determini il lavoro necessario per portare la carica $+Q_0$ dall'infinito fino al centro del triangolo.

**Dati**: $Q_A = Q_B = Q_C = Q_0$ = 10.00 nC, $L$ = 0.05 m.

ESERCIZIO 1.5

Quattro cariche puntiformi $q_1, q_2, q_3, q_4$ sono disposte nel piano xy rispettivamente nelle posizioni $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ ai vertici di un quadrato di lato $L$ con centro nell'origine e diagonali parallele agli assi coordinati (Figura 1-7).

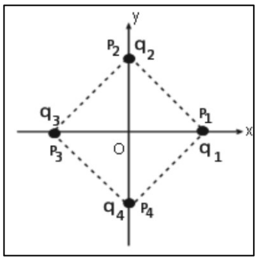


Figura 1-7

Detto L il lato del quadrato, si calcoli:

1. Il potenziale elettrostatico totale e il campo elettrico totale generato dal sistema delle 4 cariche in un punto qualsiasi P (x, y, z) dello spazio.
2. Il valore del potenziale elettrostatico totale e il modulo campo elettrico totale in un punto Q di coordinate (0, 0, $L$/2)

**Dati**: $q_1 = q_3 = 2q$, $q_2 = q_4 = -q$, $q$ = 1.00 nC, $L$ = 5.00 cm.

ESERCIZIO 1.6

Otto cariche puntiformi negative, $Q_1$, ..., $Q_8$, di uguale intensità -$Q$, sono vincolate ai vertici di un reticolo cubico di spigolo $L$ della Figura 1-8, mentre una carica positiva $Q_0$ di intensità Q è vincolata al centro dello stesso reticolo cubico.

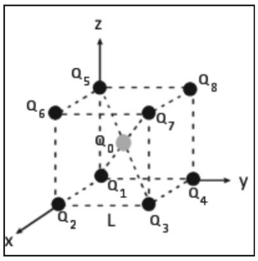


Figura 1-8

Calcolare:

1. la forza elettrostatica totale esercitata sulla carica $Q_0$ dalle otto cariche;
2. modulo, direzione e verso della forza esercitata dalla carica $Q_0$ sulle restanti sette cariche quando la carica negativa $Q_7$ viene portata all'infinito.

Nella figura, per motivi di chiarezza, non sono state disegnate le diagonali $Q_2Q_8$ e $Q_4Q_6$.

**Dati**: $L$ = 0.40 nm. $Q = 1.60 \times 10^{-19}$ C.

ESERCIZIO 1.7

Tre cariche elettriche positive puntiformi $Q_A$, $Q_B$, $Q_C$ aventi tutte la stessa intensità $Q$ sono fissate rispettivamente nelle posizioni A ($L$, 0, 0), B (0, $L$, 0) e C (0, 0, $L$) (Figura 1-9).

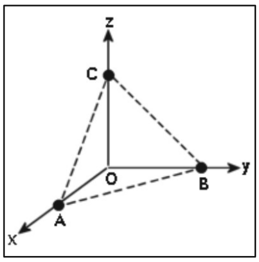


Figura 1-9

1. Determinare l'espressione del potenziale elettrostatico totale $V_{tot}(x, y, z)$ in un punto P (x, y, z) qualsiasi dello spazio.
2. Determinare l'espressione del $\mathbf{E}_{tot}(x, y, z)$ in un punto P (x, y, z) qualsiasi dello spazio.
3. Calcolare l'energia elettrostatica $U$ del sistema formato dalle tre cariche $Q_A$, $Q_B$, $Q_C$.

A. Ad un certo istante una carica positiva puntiforme $q$ di massa $m$, vincolata a muoversi lungo l'asse x, viene lanciata dall'infinito verso l'origine con velocità $\mathbf{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ e si nota che essa si ferma istantaneamente nella posizione $P_0$ = (2$L$, 0, 0).

Calcolare:

1. Il modulo di $\mathbf{v}_0$ di $q$ in $P_0$.
2. L'accelerazione di $q$ quando occupa la posizione $P_1 = 2L_0$

**Dati**: $Q$ = 3.00 μC, $L$ = 1.00 m, $q$ = 1.50 μC, $m$ = 10.00 g.

ESERCIZIO 1.8

Due cariche positive puntiformi $Q$ e 2$Q$ aventi uguale massa $m$ sono sospese mediante dei fili ideali di lunghezza $L$ allo stesso punto P.

Le cariche, sottoposte alla forza elettrostatica e alla forza peso, sono in equilibrio come mostrato nella Figura 1-10.

1. Dimostrare che, nella configurazione di equilibrio, $\theta_1 = \theta_2$

2. Calcolare $\theta$ e il modulo della tensione $T$ dei fili.

3. Detto $\theta$ uno qualsiasi dei due angoli $\theta_1$, $\theta_2$ dimostrare (algebricamente) che se $\theta$ è piccolo (per cui $\tan\theta \cong \sin\theta$) la distanza D tra le due cariche è data da

$$D \cong \left( \frac{4k_e Q^2 L}{mg} \right)^{1/3}$$

4. Calcolare l'energia elettrostatica del sistema formato dalle due cariche.

5. Calcolare l'energia necessaria per avvicinare le due cariche di una distanza $D_1 = D/2$.

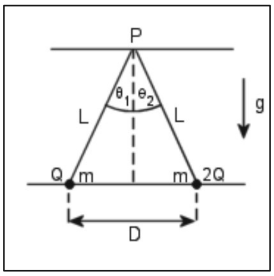



Figura 1-10

**Dati:** $Q$ = 1.0 μC, $L$ = 120.0 cm, $m$ = 10.0 g.

---

ESERCIZIO 1.9

Tre cariche puntiformi positive $Q_A = Q_B = Q_C = Q$ sono disposte nel piano xy nelle posizioni A = (0, 0, 0), B = ($L$, 0, 0) e C = (0, $L$, 0) (Figura 1-11)

1. Per il sistema dalle 3 cariche $Q_A$, $Q_B$ e $Q_C$ calcolare in un generico punto P (x, y, 0) del piano xy:

    a. Il potenziale elettrostatico totale $V_{tot}(x, y, 0)$.

    b. Le componenti $E_x$, $E_y$ e $E_z$ del campo elettrico totale mediante l'uso del gradiente.

    c. L'energia elettrostatica totale $U$.

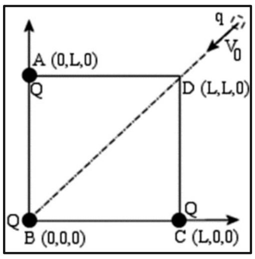



Figura 1-11

2. Calcolare la velocità iniziale necessaria per spostare dall'infinito nella posizione $D$ = ($L$, $L$, 0) lungo la retta AB una carica positiva $q$ e massa $m$ e calcolare il modulo della forza elettrostatica esercitata su $q$ dalle tre cariche $Q_A$, $Q_B$ e $Q_C$, supponendo che in $D$ la carica resti ferma

3. Calcolare a quale distanza dalla carica $q$ (fissata in $D$) occorre posizionare sulla diagonale del quadrato una quinta carica $Q_E = -Q_A$ affinché la forza elettrostatica esercitata da $Q_A$, $Q_B$, $Q_C$ e $Q_E$ su $q$ risulti nulla.

**Dati:** $Q$ = 5.00 nC, $L$ = 2.00 × $10^{-2}$ m, $q$ = 2.00 nC, $m$ = 5.00 × $10^{-9}$ kg.

---

ESERCIZIO 1.10

Tre cariche $q$ puntiformi positive uguali sono fissate ai vertici del triangolo equilatero ABC di lato $L$ disposto nel piano xy come mostrato nella Figura 1-12 e sia P = (x, y, z) un punto generico dello spazio.

Determinare:

1. Il potenziale elettrostatico generato da ciascuna carica nel punto P.

2. Le componenti del campo elettrostatico **E** di ciascuna carica nel punto P (mediante l'utilizzo del gradiente oppure utilizzando la definizione di campo elettrostatico).

3. L'energia elettrostatica del sistema formato dalle 3 cariche.

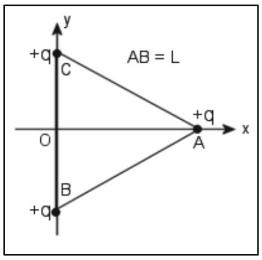



Figura 1-12

4. Le componenti della forza di Coulomb che eserciterebbero le 3 cariche su una quarta carica positiva Q inizialmente tenuta ferma nella posizione $P_0$ = (2AO, 0, 0).

5. La velocità posseduta da una carica $Q$ di massa $m$ quando, lasciata libera di muoversi, passa per il punto $P_1$(4AO, 0, 0).

**Dati**: $q$ = 0.50 μC, $L$ = 2.00 m, Q = 2q, $m$ = 1.00 kg.

ESERCIZIO 1.11

Due cariche positive puntiformi $Q$ della stessa intensità e con la stessa massa $m$ sono inizialmente vincolate ai vertici A e B di un triangolo isoscele rettangolo AOB di cateti OA = OB = $L$ disposto nel piano XY come mostrato nella Figura 1-13.

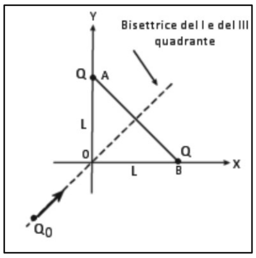


Figura 1-13

1. Calcolare, per ciascuna carica, il potenziale elettrostatico e il campo elettrostatico (in forma vettoriale) in un qualsiasi punto di coordinate (x, y, 0) del piano xy.
2. Ad un certo istante una terza carica positiva $Q_0$ di massa $m$ è lanciata con velocità:

$$\mathbf{v}_0 = (-v_{0x}, -v_{0y}, 0)$$

dall'infinito verso l'origine lungo la bisettrice del terzo e primo quadrante arrestandosi istantaneamente nel punto P($x_P$, $y_P$, 0) del terzo quadrante.

Calcolare:

a. Le coordinate $x_P$ e $y_P$ del punto P nel quale $Q_0$ si arresta istantaneamente.

b. Modulo, direzione e verso della forza $\mathbf{F}_0$ che le cariche in A e in B esercitano sulla carica in $Q_0$ nel punto P.

**c.** L'energia elettrostatica $U$ del sistema formato dalle tre cariche quando $Q_0$ occupa il punto P.

**Dati:** $Q$ = 2.00 mC, $Q_0$ = 2$Q$, $m$ = 16.00 g, $v_0$= $10^3$ m/s, $L$ = 1.00 m.

ESERCIZIO 1.12

Quattro cariche puntiformi positive uguali $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$, $Q_4$ sono disposte nel piano xy nella configurazione $\mathcal{C}_1$ (Figura 1-14 (a)) con:

A = (-$L$, 0, 0), B = (0, $L$, 0), C = ($L$, 0, 0), D = (0, -$L$, 0)

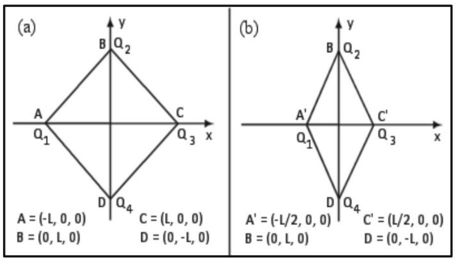


Figura 1-14

1. Per il sistema delle 4 cariche nella configurazione $\mathcal{C}_1$ calcolare in un generico punto P (0, 0, z)**:**
   a. Il potenziale elettrostatico totale.
   b. Il campo elettrico totale mediante l'uso del gradiente del potenziale.
2. Successivamente le cariche sono disposte in una nuova configurazione $\mathcal{C}_2$ (Figura 1-14 (b)) in cui le cariche $Q_2$ e $Q_4$ restano nelle posizioni occupate nella configurazione $\mathcal{C}_1$ mentre
   - la carica $Q_1$ è spostata nella posizione A' = (−$L$ /2, 0, 0)
   - la carica $Q_3$ è spostata nella posizione C' = ($L$ /2, 0, 0)

   Calcolare il lavoro necessario per portare le 4 cariche dalla configurazione $\mathcal{C}_1$ alla configurazione $\mathcal{C}_2$.

**Dati:** $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q$ = 5.00 nC, $L$ = 6.00 cm.

ESERCIZIO 1.13

Due cariche puntiformi positive uguali $Q_A = Q_C = Q$ e due cariche puntiformi negative uguali $Q_B = Q_D = -Q$ sono disposte nel piano xy inizialmente nella configurazione $\mathcal{C}_1$ (Figura 1-15 (a)) con: A = (−$L$, 0, 0), B = (0, $L$, 0), C = ($L$, 0, 0), D = (0, −$L$, 0).

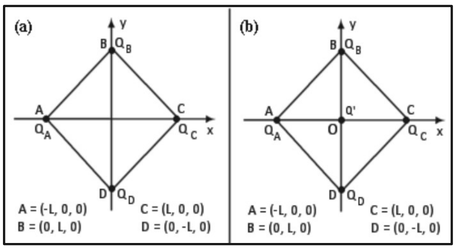


Figura 1-15

1. Per il sistema dalle 4 cariche nella configurazione $\mathcal{C}_1$ calcolare in un generico punto P (0, 0, z)**:**
   a. Il potenziale elettrostatico totale.

b. Il campo elettrico totale.

2. Successivamente, alle 4 cariche disposte nella configurazione $\mathcal{C}_1$ viene aggiunta nell'origine degli assi una quinta carica positiva $Q' = Q/2$ ottenendo una nuova configurazione $\mathcal{C}_2$ (Figura 1-15 (b)).

   Detta $U_1$ l'energia elettrostatica del sistema nella configurazione $\mathcal{C}_1$ e $U_2$ quella del sistema nella configurazione $\mathcal{C}_2$ calcolare la differenza di energia $U_2 - U_1$.

---

ESERCIZIO 1.14

Tre cariche positive uguali $Q_A = Q_B = Q_C = Q$ e una carica negativa $Q_D = -Q$ sono inizialmente disposte nel piano xy nella configurazione $\mathcal{C}_1$ (Figura 1-16 (a)) e successivamente nella configurazione $\mathcal{C}_2$ (Figura 1-16 (b)).

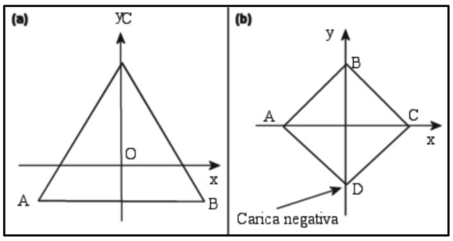


Figura 1-16

A. Nella configurazione $\mathcal{C}_1$ le tre cariche positive $Q_A$, $Q_B$ e $Q_C$ sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero ABC di centro l'origine e lato AB = L, parallelo all'asse x, mentre la carica negativa $Q_D$ è fissa nel centro O del triangolo.

B. Nella configurazione $\mathcal{C}_2$ le quattro cariche sono disposte in modo tale da formare un quadrato ABCD di lato $L$ centrato ancora nell'origine e con le diagonali parallele agli assi coordinati.

1. Nel caso della configurazione $\mathcal{C}_1$, calcolare:

   a. il potenziale elettrostatico e il campo elettrico in generico punto P = (0, 0, z) sull'asse z;

   b. la risultante delle tre forze che le cariche positive esercitano sulla carica negativa.

2. Calcolare la differenza di energia elettrostatica tra le configurazioni di carica $\mathcal{C}_1$ e $\mathcal{C}_2$.

**Dati:** $L$ = 200.00 nm, $Q$ = 2.00 nC.

---

ESERCIZIO 1.15

Un dipolo elettrostatico, costituito da due cariche opposte di valore assoluto $q$ e massa $m$ disposte sull'asse x a distanza $\delta$ tra di loro, è allineato con le linee di forza di un campo elettrico di intensità $E$ diretto nel verso positivo dell'asse x.

1. Si calcoli, in presenza del campo $\mathbf{E}$, il lavoro necessario per ruotare il dipolo di un piccolo angolo di $\theta$ rispetto alla direzione originaria.

2. Una volta ruotato dell'angolo $\theta$ il dipolo viene lasciato libero e si nota che esso inizia a compiere piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio definita $\theta = 0$. Trascurando la perdita di energia per irraggiamento, calcolare il valore della frequenza di oscillazione.

**Dati**: $|q|$ = 8 mC, $\delta$ = 1 cm, $E$ = 500 V/m, $\theta = \pi/10$, $m$ = 0.10 mg.

---

ESERCIZIO 1.16

Tre dipoli elettrostatici uguali sono disposti nel piano xy in modo tale da coincidere con i raggi dell'esagono regolare ABCDEF di lato $L$ come mostrato nella Figura 1-17.

Le sei cariche elettriche puntiformi, 3 negative e 3 positive, hanno la stessa intensità $q$ in valore assoluto.

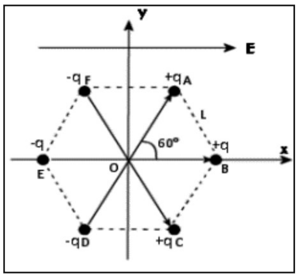


Figura 1-17

1. Calcolare il momento di dipolo totale $\mathbf{P}$ del sistema.

2. Calcolare l'energia potenziale $U$ del sistema se esso è immerso in un campo elettrostatico $\mathbf{E}$ uniforme diretto nel senso positivo dell'asse delle x.

**Dati**: $|q|$ = 0.5 $\mu$C, $L$ = 100 Å, $E$ = 150 V/m.

ESERCIZIO 1.17

Due dipoli elettrostatici rispettivamente di carica $\pm Q$ e $\pm q$ sono disposti lungo l'asse z come mostrato nella Figura 1-18.

Calcolare l'intensità della forza che il gruppo $\pm Q$ esercita sul gruppo $\pm q$

1. Utilizzando la legge di Coulomb
2. Utilizzando il campo elettrostatico del dipolo $\pm Q$ [5].

Trascurare le forze interne tra le cariche $\pm Q$ del dipolo AB e le cariche $\pm q$ del dipolo CD.

Le cariche sono espresse in multipli della carica elementare *e*.

**Dati:** $Q = \pm 40\ e$, $q = \pm 20\ e$, AB = 10 nm, CD = 5 nm, BD = 200 nm, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C,

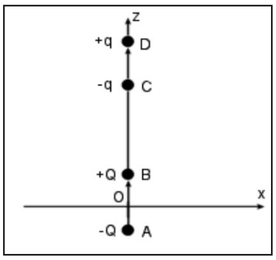


Figura 1-18

[5] Formula (1.0.18) delle Linee guida.

SOLUZIONE ESERCIZIO 1.1

**Quesito 1**

Le coordinate delle due cariche sono $\mathbf{r}_1 = (d_1, 0, 0)$ e $\mathbf{r}_2 = (-d_2, 0, 0)$ per cui, applicando la (1.0.9), si trovano immediatamente i relativi potenziali elettrostatici:

$$\begin{cases} V_1(x,0,0) = \dfrac{k_e q_1}{x-d_1} \\ V_2(x,0,0) = -\dfrac{k_e q_2}{x-d_2} \end{cases}$$

**Quesito 2**

Per determinare se sull'asse x esistono punti in cui il potenziale totale si annulla occorre trovare per quali valori di x accade che:

$$\frac{k_e q_1}{x-d_1} - \frac{k_e q_2}{x-d_2} = 0 \Rightarrow x = \frac{d_1 q_2 - d_2 q_1}{q_2 - q_1} \qquad (1.1.1)$$

Inserendo i valori numerici della traccia nella (1.1.1) si trova:

$$x = \frac{\left(-2\times10^{-2}\right)\left(-10^{-9}\right) - \left(4\times10^{-2}\right)\left(3\times10^{-9}\right)}{\left(-1-3\right)\times10^{-9}} = 3.5\ cm$$

**Quesito 3**

L'espressione generale del campo elettrostatico totale data dalla (1.0.4) si riduce, per un punto generico sull'asse x di coordinate (x, 0, 0):

$$\mathbf{E} = k_e \frac{q_1}{\left[\left(x-d_1\right)^2\right]^{3/2}}\left(x-d_1\right)\hat{\mathbf{i}} - k_e \frac{q_2}{\left[\left(x-d_2\right)^2\right]^{3/2}}\left(x-d_2\right)\hat{\mathbf{i}} = k_e\left(\frac{q_1}{\left(x-d_1\right)^2} - \frac{q_2}{\left(x-d_2\right)^2}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 1.2

**Premessa**

Per trovare le coordinate delle tre cariche in funzione del lato $L$ del triangolo ABC occorre ricordare che in ogni triangolo equilatero:

a) le altezze sono anche bisettrici e mediane;
b) le altezze, le bisettrici e le mediane si incontrano in un unico punto che le divide in due segmenti pari a 1/3 e 2/3 dell'altezza.

Quindi:

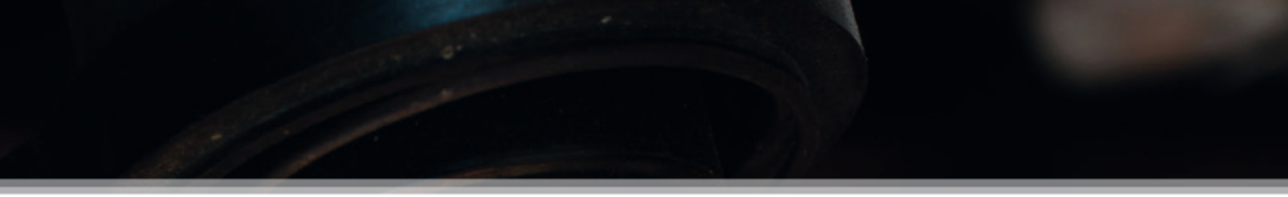
c) il lato BC è diviso in due segmenti BH e HC entrambi di lunghezza $L/2$;
d) usando il teorema di Pitagora è immediato ricavare l'altezza $AH = L\sqrt{3}/2$;

A seguito di quanto scritto nella premessa, al punto b):

$$\overline{AO} = \frac{2}{3}\overline{AH} = \frac{2}{3}\frac{L\sqrt{3}}{2} = L\frac{\sqrt{3}}{3} \quad e \quad \overline{OH} = \frac{1}{3}\overline{AH} = \frac{1}{3}\frac{L\sqrt{3}}{2} = \frac{L\sqrt{3}}{6}$$

Pertanto le coordinate dei tre punti A, B, C sono:

$$A = \left(0, 0, L\sqrt{3}/3\right) \quad B = \left(-L/2, 0, -L\sqrt{3}/6\right) \quad C = \left(L/2, 0, -L\sqrt{3}/6\right)$$



R. De Luca • O. Fiore • G. Grella • S.M. Stellacci

# Esercizi e Problemi di Fisica Generale

## Parte II – Elettromagnetismo

Accedi ai **contenuti digitali** › **Espandi** le tue risorse › con un libro che **non pesa**


All'interno del volume il **codice personale** e le istruzioni per accedere ai **contenuti digitali**.
L'accesso alle risorse digitali è **gratuito** ma limitato a **18 mesi dalla attivazione del servizio**.

EdiSES università

ISBN 978-88-3623-191-1

9 788836 231911