

Antonio Bartolotta

Meccanica dei Fluidi



Meccanica dei Fluidi

Antonio Bartolotta

Professore Ordinario di Fisica

Scuola delle Scienze di Base e Applicate

Università di Palermo



Titolo originale:

Antonio Bartolotta

Meccanica dei fluidi

Copyright © 2015 EdiSES S.r.l. – Napoli

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2020	2019	2018	2017	2016	2015				

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

Fotoincisione

R.E.S. Centro prestampa S.n.c. – Napoli

Stampato presso:

PITTOGRAMMA S.r.l. – Napoli

per conto della

EdiSES – Piazza Dante, 89 – Napoli

Tel. 081/7441706-07 Fax 081/7441705

www.edises.it

info@edises.it

ISBN 978 88 7959 8750

Prefazione

Destinatari di questo testo sono gli studenti dei Corsi di Laurea dell'area scientifica, in particolare del settore biomedico. La gran parte dei libri di testo di Fisica rivolti a tali studenti non affronta alcuni argomenti della Meccanica dei Fluidi, in particolare il moto dei fluidi viscosi e i fenomeni di superficie nei liquidi, con il livello di approfondimento oggi richiesto per gli studi biomedici, come quelli in ambito medico e chimico-farmaceutico.

Obiettivo del presente testo è quindi quello di fornire una presentazione della Meccanica dei Fluidi, affrontandone i vari aspetti in modo dettagliato e rigoroso, sottolineando per ciascuna legge ricavata quali condizioni o ipotesi debbano essere verificate per poterla applicare.

Alcuni dettagli di calcolo sono inseriti in riquadri scorporati dal testo, allo scopo di consentire allo studente, che non possiede le necessarie basi matematiche, di poter comunque utilizzare il testo, tralasciando l'approfondimento matematico.

In appositi riquadri (denominati “*Per saperne di più*”) vengono presentati e analizzati esempi di fenomeni e/o applicazioni per la cui spiegazione si fa uso delle leggi della Meccanica dei Fluidi, in modo che lo studente possa rendersi conto di come la fisica studiata abbia rilevanza nella vita quotidiana. In ulteriori riquadri sono riportati esempi numerici e approfondimenti.

Ciascun Capitolo contiene anche numerosi esercizi risolti, che possono servire come guida per acquisire la sufficiente competenza e autonomia nella risoluzione di problemi quali quelli proposti a fine capitolo. Infine vi sono alcuni quesiti a risposta multipla di carattere teorico/concettuale, utilizzabili come verifica delle conoscenze.

Spero di essere riuscito a raggiungere gli obiettivi dichiarati, realizzando uno strumento di lavoro utile agli studenti per il completamento delle loro conoscenze di Fisica.

Nonostante l'attenzione prestata non possiamo escludere la presenza di errori, la cui segnalazione è gradita.

Antonio Bartolotta

Indice Generale

Capitolo 1: Statica dei fluidi

1.1 La densità e la pressione, 1

Stati di aggregazione della materia, 1

Densità (di massa) e peso specifico, 2

Pressione, 4

1.2 Principio di Pascal e legge di Stevino, 6

Vasi comunicanti, 9

1.3 La pressione atmosferica, 11

1.4 La legge fondamentale dell'idrostatica in forma differenziale, 13

1.5 Legge di Archimede, 17

Esercizi svolti, 24

Problemi proposti, 30

Quesiti a risposta multipla, 32

Capitolo 2: Dinamica dei fluidi

2.1 Moto in regime stazionario, 34

2.2 Le leggi del moto per un fluido ideale, 36

Fluido ideale, 36

Portata, 36

L'equazione di continuità, 38

L'equazione di Bernoulli, 40

La legge di Torricelli, 46

2.3 Le leggi del moto per un fluido reale, 47

Portata ed equazione di continuità per un liquido reale, 48

Bilancio energetico per un liquido reale in moto stazionario, 48

Moto laminare e viscosità, 49

Il profilo di velocità di un liquido in moto laminare in un condotto cilindrico, 51

Resistenza idrodinamica, legge di Poiseuille, 54

Metodi di misura del coefficiente di viscosità, 56

Condotti in serie e in parallelo, resistenza idrodinamica equivalente, 58

2.4 Moto di un solido in un fluido viscoso, 60

Esercizi svolti, 65

Problemi proposti, 74

Quesiti a risposta multipla, 78

Capitolo 3: Fenomeni di superficie nei liquidi

3.1 Tensione superficiale, 80

3.2 Legge di Laplace per gocce e bolle, 87

3.3 Bagnabilità di una superficie, 92

3.4 Capillarità, 94

Esercizi svolti, 99

Problemi proposti, 104

Quesiti a risposta multipla, 106

Soluzioni, 107

idrofila (polare); quando si trovano in soluzione acquosa, l'estremità idrofoba viene respinta dalle molecole d'acqua e quella idrofila ne viene attratta. Le molecole di tensioattivo tendono quindi ad accumularsi in superficie, sostituendosi a quelle di acqua perché così le parti idrofobe sono il più lontano possibile dalle molecole d'acqua; questa è anche la configurazione con la minima energia. Le molecole di tensioattivo in superficie aumentano la distanza tra le molecole d'acqua, riducendo il lavoro necessario per accrescere la superficie libera rispetto a quello richiesto in presenza di sole molecole di acqua; in altri termini, la tensione superficiale diminuisce. I tensioattivi vengono utilizzati, tra l'altro, per agevolare il potere bagnante nei confronti di un solido, per aumentare la miscibilità tra liquidi diversi e per favorire la formazione di schiume ed emulsioni.

3.2 LEGGE DI LAPLACE PER GOCCE E BOLLE

Una delle conseguenze della tensione superficiale è che una piccola quantità di liquido libera, non confinata in un contenitore del quale prenderebbe la forma, tende ad assumere la forma sferica che, a parità di volume occupato, rende minima la superficie libera, raggiungendo così la configurazione con la minima energia libera di superficie. Questo è ciò che avviene ad esempio con le gocce di pioggia, le bolle di acqua saponata e le bolle di vapore saturo all'interno di un liquido in ebollizione.

Confronto tra la superficie di una sfera e di un cubo con uguale volume: verifichiamo che, a parità di volume, la superficie di una sfera è minore di quella di un cubo. Consideriamo una sfera di raggio R per la quale la superficie S e il volume V sono rispettivamente:

$$S = 4\pi R^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Il rapporto superficie/volume per una sfera è pertanto:

$$\left(\frac{S}{V}\right)_{\text{sfera}} = \frac{3}{R}$$

Per un cubo di lato L , la superficie e il volume sono rispettivamente:

$$S = 6L^2 \quad V = L^3$$

Il rapporto superficie/volume per un cubo è pertanto:

$$\left(\frac{S}{V}\right)_{\text{cubo}} = \frac{6}{L}$$

Se imponiamo che il cubo abbia lo stesso volume della sfera:

$$L^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

otteniamo la seguente relazione tra il lato del cubo e il raggio della sfera:

$$L = \sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi} R \approx 1.61 R$$

da cui si ottiene:

$$\left(\frac{S}{V}\right)_{\text{cubo}} = \frac{6}{L} \approx \frac{6}{1.61 R} \approx \frac{2}{1.61} \frac{3}{R} \approx 1.24 \left(\frac{S}{V}\right)_{\text{sfera}}$$

A parità di volume, quindi, il cubo presenta una superficie maggiore di quella di una sfera. È possibile dimostrare che la forma sferica presenta il più piccolo valore del rapporto superficie/volume tra tutte le figure geometriche solide.

Condizione di equilibrio per una bolla

Se si aggiungono ulteriori condizioni esterne, la forma di una goccia o bolla può variare rispetto a quella sferica: le gocce di pioggia in caduta assumono, a causa della viscosità dell'aria, una forma leggermente appiattita. Con una piccola quantità di liquido posata su una superficie solida piana (ad esempio acqua su vetro) si viene a formare un contorno circolare e il liquido assume la forma di una calotta sferica con un ben definito angolo di contatto (vedi Paragrafo 3.3). Per una pellicola di acqua saponata in un telaioetto (Figura 3.2) la superficie minima si ottiene con uno strato piano e non una superficie curva.

Per una goccia o una bolla libera, la condizione di equilibrio si raggiunge quando la pressione interna ad essa è maggiore di quella esterna; tale differenza di pressione dipende dalla tensione superficiale del liquido e dal raggio della sfera. Prendiamo in esame una bolla (ad esempio di acqua saponata) di raggio r , in equilibrio, e consideriamo una calotta sferica delimitata da un contorno circolare come in Figura 3.5; a causa della tensione superficiale, su ogni elemento di linea dl del contorno agisce una forza ad esso perpendicolare e tangente alla superficie libera, il cui modulo dF può essere ricavato dalla (3.2): $dF = \tau dl$.

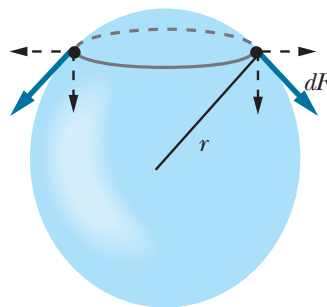


Figura 3.5

Consideriamo due elementi di linea diametralmente opposti e scomponiamo le due forze dovute alla tensione superficiale lungo due direzioni ortogonali, come mostrato in Figura 3.5. Le componenti orizzontali hanno lo stesso valore, ma verso opposto, pertanto la loro somma dà zero; le componenti orientate verso il centro della bolla hanno lo stesso valore e lo stesso verso e la loro somma dà una risultante diversa da zero. Questa procedura può essere ripetuta lungo tutto il contorno; si ricava così che le forze dovute alla tensione superficiale producono sulla calotta una forza risultante diretta verso il centro della bolla che tende a comprimerla e a ridurne la superficie libera. Poiché per ipotesi la calotta è in equilibrio e il raggio della bolla non varia, deve essere presente un'altra forza che faccia equilibrio a quella dovuta alla tensione superficiale; tale forza è quella di contatto che agisce sulla superficie della calotta, dovuta alla differenza di pressione tra l'interno e l'esterno della bolla.

Principio dei lavori virtuali

Per ricavare il valore di tale differenza di pressione, applichiamo alla bolla il *principio dei lavori virtuali*: poiché la forza risultante che agisce su un sistema in equilibrio è nulla, deve essere nullo il lavoro totale compiuto dalle forze agenti sul sistema in corrispondenza di uno spostamento infinitesimo rispetto alla condizione di equilibrio.

Supponiamo allora di fare aumentare il raggio r della bolla, inizialmente in equilibrio, di una quantità infinitesima dr , portandolo al valore $(r + dr)$; ciò ha come conseguenza che sia il volume sia la superficie libera della bolla subiscono una variazione positiva. Il corrispondente lavoro dL_P compiuto dalle forze di pressione per un aumento infinitesimo di volume dV è $dL_P = (P_{\text{int}} - P_{\text{est}}) dV$ avendo indicato con P_{int} e P_{est} rispettivamente la pressione del gas

all'interno della bolla e la pressione presente nell'ambiente esterno alla bolla. Il volume di una sfera di raggio r è $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ e pertanto $dV = 4\pi r^2 dr$; si ottiene così:

$$dL_P = (P_{\text{int}} - P_{\text{est}}) 4\pi r^2 dr$$

Il lavoro, dL_τ , fatto dalla forza connessa alla tensione superficiale, si calcola tramite la (3.1):

$$dL_\tau = -\tau dS_{\text{totale}}$$

dove il segno meno è stato introdotto in quanto la tensione superficiale tende a diminuire la superficie libera della bolla e compie quindi un lavoro negativo in corrispondenza di un aumento di superficie. La bolla presenta due superfici libere di forma sferica, quella esterna e quella interna; esse si possono considerare aventi uguale raggio, dal momento che lo spessore della lamina di acqua saponata è trascurabile rispetto ad r (lo spessore della pellicola di acqua saponata è dell'ordine del decimo di micrometro, e quindi circa lo 0.001% del raggio di una bolla di raggio un centimetro). Poiché la superficie di una sfera è $S = 4\pi r^2$, si ha:

$$dS = 8\pi r dr \quad \text{e quindi} \quad dS_{\text{totale}} = 16\pi r dr$$

da cui:

$$dL_\tau = -\tau 16\pi r dr$$

Applicando il principio dei lavori virtuali, otteniamo:

$$dL_P + dL_\tau = 0 \Rightarrow (P_{\text{int}} - P_{\text{est}}) 4\pi r^2 dr - \tau 16\pi r dr = 0$$

Riordinando i termini, si ottiene la *legge di Laplace* per una bolla (Pierre Simon de Laplace, fisico francese, 1749-1827):

$$P_{\text{int}} - P_{\text{est}} = 4 \frac{\tau}{r} \quad (3.6)$$

Legge di Laplace per una bolla

La pressione interna a una bolla in equilibrio è quindi maggiore della pressione al suo esterno; la conseguente differenza di pressione tra interno ed esterno della bolla è inversamente proporzionale al raggio della bolla e direttamente proporzionale alla tensione superficiale.

Nel caso di una goccia, che presenta una sola superficie libera (quella esterna, in quanto l'interno è pieno dello stesso liquido), il lavoro fatto dalla forza di tensione superficiale è la metà di quanto calcolato in precedenza e il coefficiente 4 nella (3.6) va sostituito con il coefficiente 2:

$$P_{\text{int}} - P_{\text{est}} = 2 \frac{\tau}{r} \quad (3.7)$$

Legge di Laplace per una goccia

La (3.7) è valida anche in qualsiasi situazione in cui il liquido presenti una superficie curva, come all'interno di un tubo capillare (Paragrafo 3.4).

Embolia

Embolia gassosa

Il fenomeno dell'*embolia* consiste nell'occlusione di un vaso sanguigno causata dalla presenza nella corrente sanguigna di un embolo, ovvero un corpo di varia natura (solida, liquida o gassosa) capace di determinare un parziale o totale blocco dell'afflusso di sangue ai tessuti e organi coinvolti. In particolare, l'embolia gassosa è causata da una piccola bolla di gas (embolo gassoso) formatasi all'interno di un vaso sanguigno; la presenza di bolle di gas nel sistema circolatorio può derivare da aria penetrata nelle vene in seguito a iniezione o a ferita, o dall'improvvisa liberazione di azoto gassoso a seguito di rapida decompressione dell'apparato respiratorio. Consideriamo una bolla di gas all'interno di un liquido in un condotto cilindrico: se il liquido è fermo, i due lati della bolla sono sottoposti alla stessa pressione ($P_1 = P_2$) e presentano la stessa curvatura (Figura 3.6a).

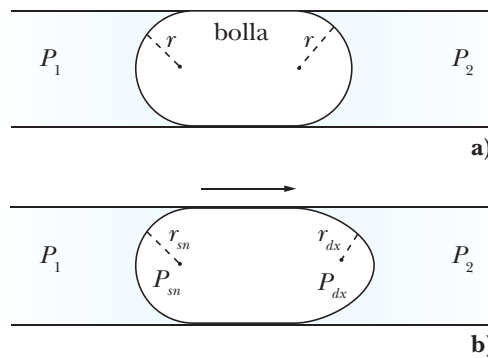


Figura 3.6

Se invece, per effetto di una differenza di pressione $\Delta P = P_1 - P_2$, il liquido è in moto verso destra, la bolla di gas in moto con il liquido subisce una deformazione: la superficie di sinistra si appiattisce e presenta un raggio di curvatura, r_{sn} , maggiore del raggio di curvatura della superficie di destra, r_{dx} che mostra una forma maggiormente affusolata (Figura 3.6b). La pressione interna alla curvatura di sinistra, P_{sn} , si può ricavare dalla legge di Laplace (3.7), essendo P_1 la pressione che si ha all'esterno della superficie curva:

$$P_{sn} - P_1 = \frac{2\tau}{r_{sn}} \Rightarrow P_{sn} = P_1 + \frac{2\tau}{r_{sn}}$$

Procediamo analogamente per la pressione interna alla curvatura di destra, P_{dx} :

$$P_{dx} = P_2 + \frac{2\tau}{r_{dx}}$$

La differenza di pressione che agisce sul gas all'interno della bolla è:

$$\Delta P_{gas} = P_{sn} - P_{dx} = P_1 + \frac{2\tau}{r_{sn}} - \left(P_2 + \frac{2\tau}{r_{dx}} \right) = \Delta P + \Delta P_\tau$$

dove:

$$\Delta P = P_1 - P_2 \quad \text{e} \quad \Delta P_\tau = 2\tau \left(\frac{1}{r_{sn}} - \frac{1}{r_{dx}} \right)$$

poiché $r_{sn} > r_{dx}$ segue che

$$\left(\frac{1}{r_{sn}} - \frac{1}{r_{dx}} \right) < 0$$

e quindi ΔP_τ è una quantità negativa; la pressione sulla bolla ΔP_{gas} è quindi minore di quella in assenza della bolla ΔP . Si può pertanto realizzare una condizione, quando $\Delta P_\tau = -\Delta P$, in cui la pressione risultante sulla bolla è nulla; di conseguenza il gas si ferma e l'embolo gassoso blocca il moto del liquido.

Per saperne di più**Coalescenza**

Se una bolla è in collegamento con un'altra bolla di raggio inferiore, la bolla più grande si accresce inglobando la più piccola (fenomeno della *coalescenza*). Infatti, sulla base della (3.6), la pressione interna alla bolla di raggio minore è maggiore di quella presente all'interno della bolla più grande e l'aria si sposta dalla bolla piccola a quella grande. Si ottiene così un'unica bolla, il cui volume è pari alla somma dei volumi delle due bolle di partenza, mentre la sua superficie è minore della somma delle superfici delle singole bolle (Esercizio svolto E3.2). Ciò significa che la coalescenza comporta una diminuzione dell'energia libera di superficie e quindi un abbassamento dell'energia totale del sistema, per cui la coalescenza è un processo spontaneo.

Coalescenza

Per saperne di più**Alveoli polmonari**

La tensione superficiale e la legge di Laplace giocano un ruolo fondamentale anche nel meccanismo della respirazione. Al termine dell'albero bronchiale, nel polmone, sono presenti centinaia di milioni di piccole cavità (*alveoli polmonari*), attraverso le cui pareti avviene lo scambio di ossigeno e anidride carbonica con i capillari sanguigni. Ciascun alveolo è situato al termine di un piccolo tubicino; per il vapore esistente al suo interno può essere assimilato a una bolla liquida cui aderisce esternamente uno strato di materiale elastico; poiché gli alveoli sono tutti collegati tra di loro, gli alveoli più piccoli, con raggio minore, collaserebbero a vantaggio di quelli più grandi con raggio maggiore (coalescenza). Questo processo avrebbe influenze negative sul meccanismo della respirazione, in quanto l'intensità dello scambio di gas nei polmoni è proporzionale alla superficie complessiva degli alveoli; a parità di volume occupato, un gran numero di alveoli piccoli presenta una superficie totale maggiore di un piccolo numero di alveoli grandi. Per evitare tale problema le cellule delle pareti degli alveoli secernono una sostanza tensioattiva la cui concentrazione risulta più elevata negli alveoli più piccoli, riducendone la tensione superficiale in modo significativo (anche di un fattore dieci) rispetto al valore normale; di conseguenza, anche la pressione all'interno degli alveoli più piccoli si riduce, evitando la coalescenza.

Il tensioattivo che impedisce la coalescenza degli alveoli polmonari durante gli atti respiratori viene prodotto dal polmone maturo per cui si può avere una sua carenza nei neonati prematuri con conseguente insufficienza respiratoria, che è una delle principali cause di morbidità e di mortalità nei nati pretermine. La terapia con surfattante riduce la morbidità e la mortalità in questi neonati.

Alveoli polmonari

Per saperne di più**Elasticità dei vasi sanguigni**

Si può ottenere una formulazione delle legge di Laplace valida per cilindri cavi in materiale elastico:

$$P_{\text{int}} - P_{\text{est}} = \frac{\tau}{r}$$

Tale formulazione si applica ai vasi sanguigni, costituiti da pareti elastiche che si deformano in relazione alla pressione del sangue in moto all'interno del vaso. Il tessuto elastico del vaso deve sostenere la differenza tra la pressione del sangue che scorre all'interno e la pressione che esercitano i tessuti esterni circostanti (*pressione trasmurale*). Ciò significa che, a parità di pressione trasmurale, le pareti dei vasi con raggio più piccolo, come i capillari, possono presentare un valore relativamente basso di tensione superficiale, inferiore a quello di vasi più grandi come le arteriole; le pareti dei capillari possono quindi essere sufficientemente sottili da facilitare il trasporto di molecole tra l'interno e l'esterno.

Legge di Laplace per strutture tubolari

Ebollizione

Ebollizione

Il fenomeno dell'ebollizione consiste nella formazione di bolle di vapore all'interno di un liquido, che si verifica quando il liquido raggiunge la temperatura (denominata *punto o temperatura di ebollizione*) alla quale la pressione di vapore saturo² eguaglia la pressione esterna. A temperature inferiori, la pressione del vapore all'interno della bolla non è sufficiente a impedire che la bolla collassi per effetto della tensione superficiale, ricondensando il vapore allo stato liquido. In realtà affinché la bolla si formi e permanga, la pressione del vapore al suo interno deve superare, anche se di poco, la pressione al suo esterno, come stabilito dalla legge di Laplace (3.7). Bolle più grandi si formano più facilmente perché è minore la differenza di pressione richiesta; ad esempio, per l'acqua a 100 °C la differenza di pressione necessaria tra l'interno e l'esterno di una bolla di vapore con raggio 0.1 mm è circa 1.2 kPa, ma è solo 120 Pa per una bolla di raggio un millimetro. Dopo che si è formata, la bolla sale verso la superficie del liquido per effetto della forza di Archimede, poiché la densità del vapore è inferiore a quella del liquido; arrivata in superficie la bolla si apre e le molecole di vapore si allontanano.

In pratica, le bolle si formano attorno a impurezze eventualmente presenti nel liquido, con un raggio abbastanza grande da richiedere un valore molto piccolo dell'eccesso di pressione interna. Questo spiega perché sia possibile riscaldare acqua distillata fino a oltre 100 °C senza che avvenga l'ebollizione: in questo caso, si parla di acqua surriscaldata.

3.3 BAGNABILITÀ DI UNA SUPERFICIE

Se depositiamo una piccola massa di liquido su una superficie solida liscia e omogenea, si possono verificare due situazioni limite: il liquido si espande formando una pellicola al di sopra della superficie solida, oppure si divide in goccioline; ciò dipende dai valori della tensione superficiale interfacciale. Nel primo caso, si ha la condizione di completa bagnabilità della superficie, nel secondo caso si dice che il liquido non bagna la superficie; si può anche verificare una situazione intermedia in cui la massa di liquido forma una determinata configurazione di equilibrio. Il fenomeno della bagnabilità riveste particolare importanza in vari settori, come quello dell'industria tessile e quello dell'industria farmaceutica.

La Figura 3.7 mostra la possibile situazione di equilibrio per un liquido che non bagna completamente il solido su cui è poggiata (per esempio acqua su plastica).

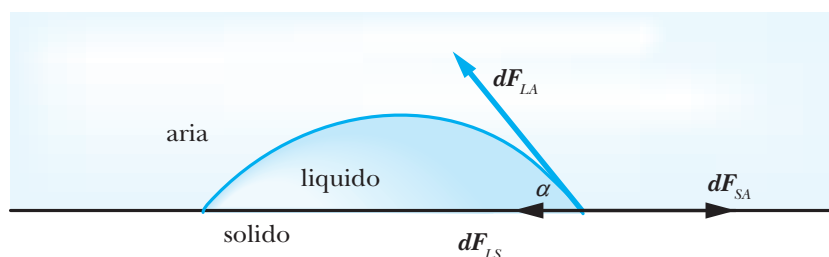


Figura 3.7

Angolo di contatto

Si definisce *angolo di contatto* (α in figura) l'angolo che si viene a formare tra la tangente alla superficie libera del liquido e la superficie del solido, nel punto di contatto con il solido. Con riferimento alla Figura 3.7, consideriamo un elemento di linea dl di contatto dove coesistono liquido, solido e aria, e indichiamo rispettivamente con dF_{LA} , dF_{LS} , dF_{SA} le forze dovute alla tensione superficiale tra il liquido e l'aria, il liquido e il solido, il solido e l'aria.

² La pressione di vapore saturo di una specifica sostanza, a una determinata temperatura, è la pressione che esercita il vapore quando si ha equilibrio tra la fase liquida e la fase di vapore. A ciascuna temperatura la pressione di vapore saturo è la massima pressione che può esercitare il vapore.

La condizione di equilibrio si realizza se:

$$dF_{LA}\cos(\alpha) + dF_{LS} - dF_{SA} = 0$$

In base alla (3.2), $dF = \tau dl$; sostituendo tale relazione nella condizione di equilibrio e dividendo tutti i termini per dl si ricava:

$$\tau_{LA}\cos(\alpha) + \tau_{LS} = \tau_{SA}$$

e quindi si ottiene l'*equazione di Young-Dupré* (Thomas Young, fisico inglese, 1773-1829; Athanase Dupré, fisico francese, 1808-1869):

$$\cos(\alpha) = \frac{\tau_{SA} - \tau_{LS}}{\tau_{LA}} \quad (3.8)$$

Quando una gocciolina di liquido è posta su una superficie solida, essa si espande o si contrae, fino a raggiungere la condizione di equilibrio, che si realizza quando l'angolo di contatto assume il valore fornito dalla (3.8). Analizziamo i vari casi che si possono presentare (Figura 3.8).

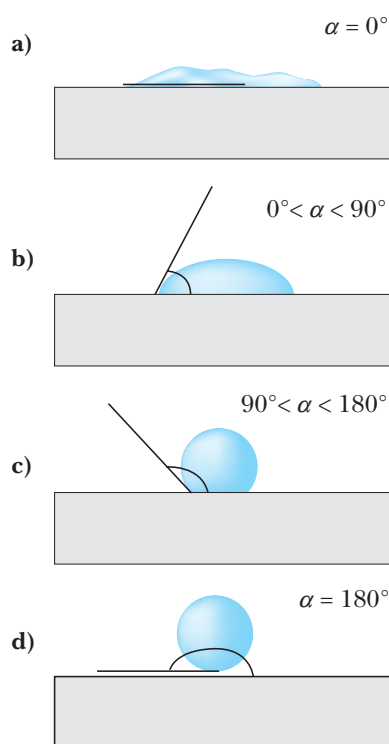


Figura 3.8

Se $\tau_{SA} = \tau_{LS} + \tau_{LA}$ si ricava $\cos(\alpha) = 1$ e quindi l'angolo di contatto α è nullo (Figura 3.8a): si ha una completa bagnabilità e il liquido si espande completamente sulla superficie del solido (per esempio acqua su vetro); analoga situazione si verifica se $\tau_{SA} > \tau_{LS} + \tau_{LA}$; in questo caso, infatti, il liquido si espande il più possibile poiché $\cos(\alpha) > 1$ e non si può realizzare una condizione di equilibrio. Se il rapporto nella (3.8) risulta positivo e minore di uno, segue che $\alpha < 90^\circ$: il liquido bagna parzialmente la superficie e forma una calotta sferica (Figura 3.8b). Se i valori delle tensioni superficiali sono tali da dare $\cos(\alpha) < 0$, si ha $\alpha > 90^\circ$ (Figura 3.8c) e la bagnabilità è scarsa (mercurio su vetro). Nel caso limite in cui $\cos(\alpha) = -1$ ($\alpha = 180^\circ$, Figura 3.8d), si forma una gocciolina praticamente sferica (come le gocce di rugiada sulla superficie di una foglia, il cui rivestimento ceroso la rende impermeabile all'acqua).

Equazione di Young-Dupré

Bagnabilità di una superficie

L'angolo di contatto è quindi un parametro utile a misurare la bagnabilità di una superficie da parte di un liquido, ovvero la capacità di un liquido di stendersi completamente sulla superficie piana di un solido.

Olio su acqua: l'analisi effettuata in precedenza può essere condotta anche nel caso di due liquidi non miscibili. Se poggiamo una piccola quantità di olio su un recipiente contenente acqua, osserviamo che l'olio si espande il più possibile sulla superficie libera dell'acqua formando uno strato che diventa quasi monomolecolare se la quantità di olio è piccola rispetto alla superficie disponibile. Per spiegare ciò che avviene bisogna tenere conto innanzitutto che l'olio è non miscibile in acqua e, avendo una densità minore dell'acqua, galleggia su di essa. Per comprendere perché la massa di olio si espande completamente, facciamo ricorso alla formula (3.8) dove τ_{SA} , τ_{LS} e τ_{LA} rappresentano rispettivamente la tensione superficiale acqua/aria, olio/acqua e olio/aria. Inserendo i valori delle tensioni superficiali di Tabella 3.1 ricaviamo:

$$\cos(\alpha) = \frac{\tau_{SA} - \tau_{LS}}{\tau_{LA}} = \frac{0.073 - 0.021}{0.032} = 1.625$$

Ci troviamo quindi nel caso in cui non è possibile raggiungere l'equilibrio, la massa di olio non può restare compatta, ma si espande fino a ricoprire tutta la superficie disponibile.

Per saperne di più

Formulazioni in sospensione

Il fenomeno della bagnabilità ha una significativa importanza nella tecnologia farmaceutica per la preparazione delle *sospensioni farmaceutiche*, in cui le particelle solide che costituiscono la fase dispersa devono essere completamente circondate dal liquido, evitando il fenomeno della flottazione. La sospensione farmaceutica è una modalità di preparazione di un sistema farmaceutico in cui particelle solide, costituite dal farmaco o contenenti il farmaco, di diametro variabile tra 0.50 e 100 μm , sono disperse in una fase liquida in cui non sono solubili. La preparazione di formulazioni in sospensione richiede che le particelle che costituiscono la fase dispersa siano avviluppate (completamente bagnate) dal liquido per potersi disperdere. Un obiettivo essenziale nella formulazione di una sospensione è l'omogeneità della dispersione delle particelle nel mezzo disperdente. Le sospensioni trovano impiego per uso orale, esterno, parenterale e oftalmico.

3.4 CAPILLARITÀ

Anche il fenomeno della capillarità è strettamente collegato alla tensione superficiale. Se in una bacinella contenente acqua inseriamo un tubicino in vetro di diametro interno sufficientemente piccolo (dell'ordine del millimetro o meno), osserviamo che l'acqua risale all'interno del tubicino (Figura 3.9a) e, in condizioni di equilibrio, raggiunge un livello maggiore di quello nella bacinella (*innalzamento capillare*).

Innalzamento
capillare

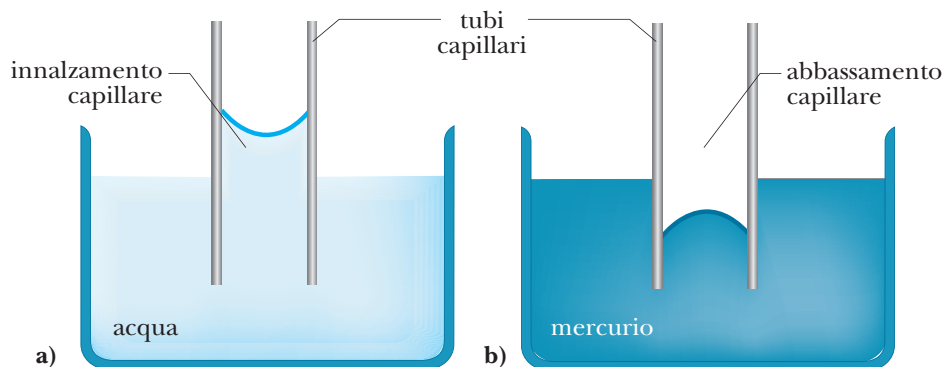


Figura 3.9

Tale configurazione è in apparente contraddizione con il “principio dei vasi comunicanti”, in base al quale il liquido dovrebbe raggiungere lo stesso livello in tutti i contenitori tra loro comunicanti, indipendentemente dalla loro forma e dimensione (Paragrafo 2 del Capitolo 1). Non tenendo conto degli effetti della tensione superficiale, infatti, il punto al di sotto della colonna d’acqua nel capillare non sarebbe in equilibrio, in quanto sottoposto, in base alla legge di Stevino, a una pressione maggiore rispetto a quello che si trova alla stessa quota, ma sulla superficie del liquido nella bacinella. Bisogna tuttavia notare che la superficie libera dell’acqua nel capillare si curva verso l’alto (la parte centrale del liquido è più bassa di quella a contatto con le pareti) formando quello che viene denominato un *menisco concavo*. Situazione opposta si verifica utilizzando mercurio (Figura 3.9b): in questo caso osserviamo che in condizione di equilibrio il livello del mercurio nel capillare di vetro è inferiore a quello nella bacinella (*abbassamento capillare*) e la superficie libera si incurva verso il basso formando un *menisco convesso* (la parte centrale del liquido è più alta di quella a contatto con le pareti).

Abbassamento capillare

La curvatura della superficie in un capillare indica che la tensione superficiale gioca un ruolo fondamentale nei fenomeni di capillarità e risolve l’apparente contraddizione sopra indicata. Per descrivere quantitativamente la capillarità, analizziamo inizialmente la superficie dell’acqua in vicinanza della parete verticale di un recipiente di vetro; notiamo che essa è leggermente incurvata verso l’alto. Ciò è dovuto al fatto che le molecole sulla superficie dell’acqua in contatto con la parete sono sottoposte a due forze principali (Figura 3.10a): la forza di adesione F_{ad} che la parete del recipiente esercita sulle molecole d’acqua, diretta verso l’interno della parete, e la forza di coesione F_{co} con le altre molecole di acqua, diretta verso l’interno del liquido (possiamo considerare la forza peso e la forza di adesione con l’aria trascurabili rispetto alle prime due).



Figura 3.10

Nel caso di acqua in contatto col vetro, la forza risultante F_{ris} è orientata verso l’esterno del recipiente (Figura 3.10a). Poiché un fluido in quiete non sostiene sforzi di taglio permanenti, in condizione di equilibrio la sua superficie libera si dispone perpendicolarmente alla forza risultante; quindi, in prossimità della parete del recipiente, la superficie si incurva verso l’alto come in Figura 3.10b, e l’angolo di contatto con la parete verticale del recipiente è acuto. In questo caso si dice che *il liquido bagna la parete*.

Quando invece la forza di coesione prevale su quella di adesione, come nel caso del mercurio a contatto con vetro (Figura 3.11a), la risultante delle forze applicate è diretta verso l’interno; in questo caso *il liquido non bagna la parete* e l’angolo di contatto è ottuso (Figura 3.11b).

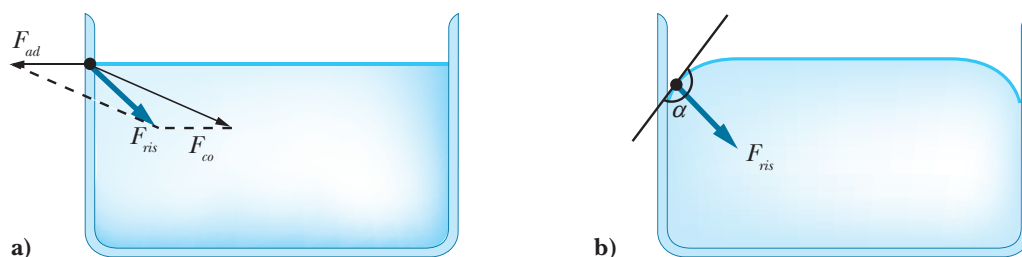


Figura 3.11

Tubo capillare

La presenza di una superficie libera curva in prossimità delle pareti giustifica il verificarsi dei fenomeni di innalzamento e abbassamento capillare. Se in un recipiente contenente un liquido che bagna la parete (come acqua a contatto con vetro) si inserisce un tubo di vetro aperto alle due estremità, di raggio interno di un millimetro o meno (*tubo capillare*), si osserva (Figura 3.12) che il liquido risale fino a una altezza h rispetto alla superficie libera del liquido nel contenitore (h è l'altezza della colonna liquida, ovvero la distanza tra il punto più basso della superficie curva nel capillare e il livello dell'acqua nella bacinella). Il raggio del tubo capillare deve essere sufficientemente piccolo da far sì che la superficie libera formi un'unica curvatura (menisco), senza soluzione di continuità³.

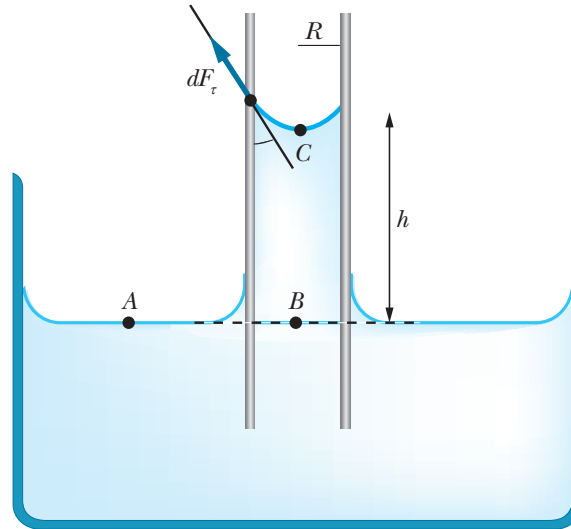


Figura 3.12

È possibile ricavare una precisa relazione tra tensione superficiale, raggio del capillare e altezza del liquido nel capillare tramite la legge dell'idrostatica, imponendo che i punti A e B in Figura 3.12, appartenenti alla stessa superficie orizzontale, siano sottoposti allo stesso valore di pressione, tenendo conto della curvatura della superficie.

Sul punto A agisce la pressione atmosferica esterna P_{atm} . Sul punto B, per la legge di Stevino, agisce la pressione:

$$P_B = P_{\text{sup}} + \rho gh$$

dove P_{sup} è la pressione, P_C , che agisce sul punto C appena al di sotto della superficie libera concava nel capillare:

$$P_B = P_C + \rho gh$$

Poiché per l'ipotesi di equilibrio:

$$P_B = P_A = P_{\text{atm}}$$

segue che:

$$P_{\text{atm}} - P_C = \rho gh \quad (3.9)$$

³ Poiché la curvatura della superficie del liquido dipende dalla intensità della forza di adesione che la parete esercita sulle molecole di liquido, la corretta definizione di tubo capillare è relativa al liquido considerato e al materiale del tubicino; considerando acqua in vetro, affinché possano essere considerati capillari, i tubicini devono avere un diametro inferiore al millimetro.



Antonio Bartolotta

Meccanica dei Fluidi



www.edises.it



€ 11,00

